

GUÍA DE USO DE LA HERRAMIENTA DE AJUSTE EXPERIMENTAL DE PID

Utilizando la plataforma Easy java Simulations, se ha desarrollado la aplicación "ejsPID_experimental", que permite ajustar controladores PI o PID a partir de datos experimentales aplicando unas reglas sencillas, sin necesidad de obtener un modelo del proceso.

La herramienta de ajuste experimental, como la aplicación de identificación, está diseñada para utilizar datos obtenidos en un experimento, guardados en un fichero ascii. Sin embargo, también se puede usar utilizando la respuesta simulada de un modelo que se introduce, con un propósito didáctico.

Al arrancar el ejecutable aparece en la primera pestaña el cuadro de diálogo que se muestra a continuación, para cargar los datos experimentales desde un fichero:

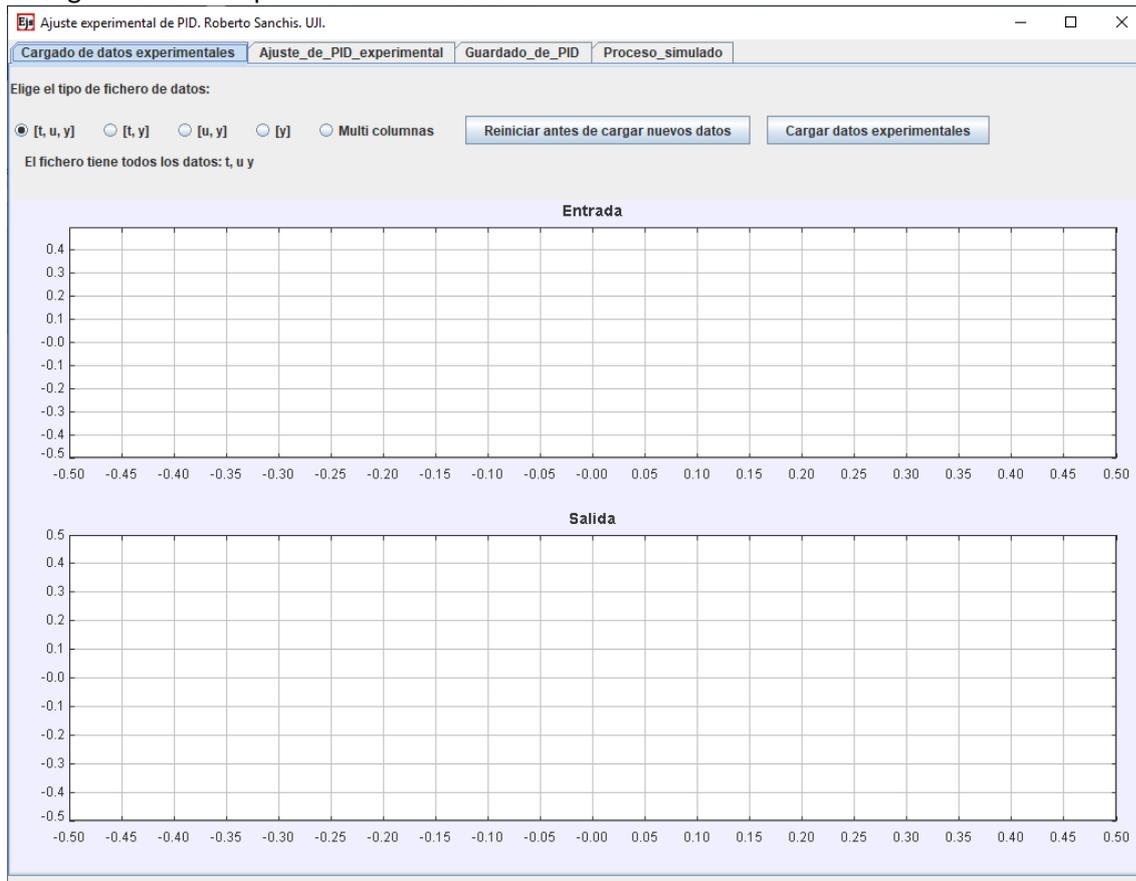


Figura 12

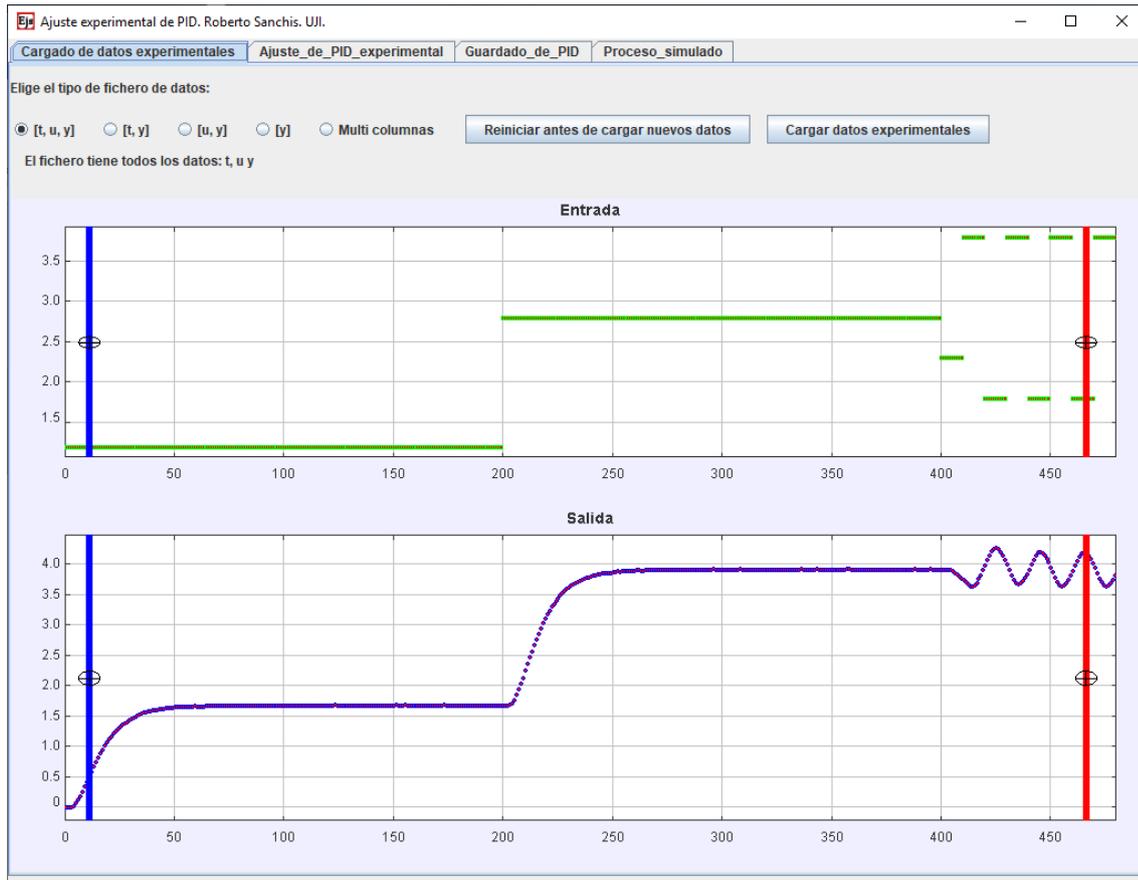
En él se deberá de seleccionar en primer lugar el tipo de fichero de datos que se tiene.

En todos los casos se trata de ficheros ascii con los datos separados por tabuladores.

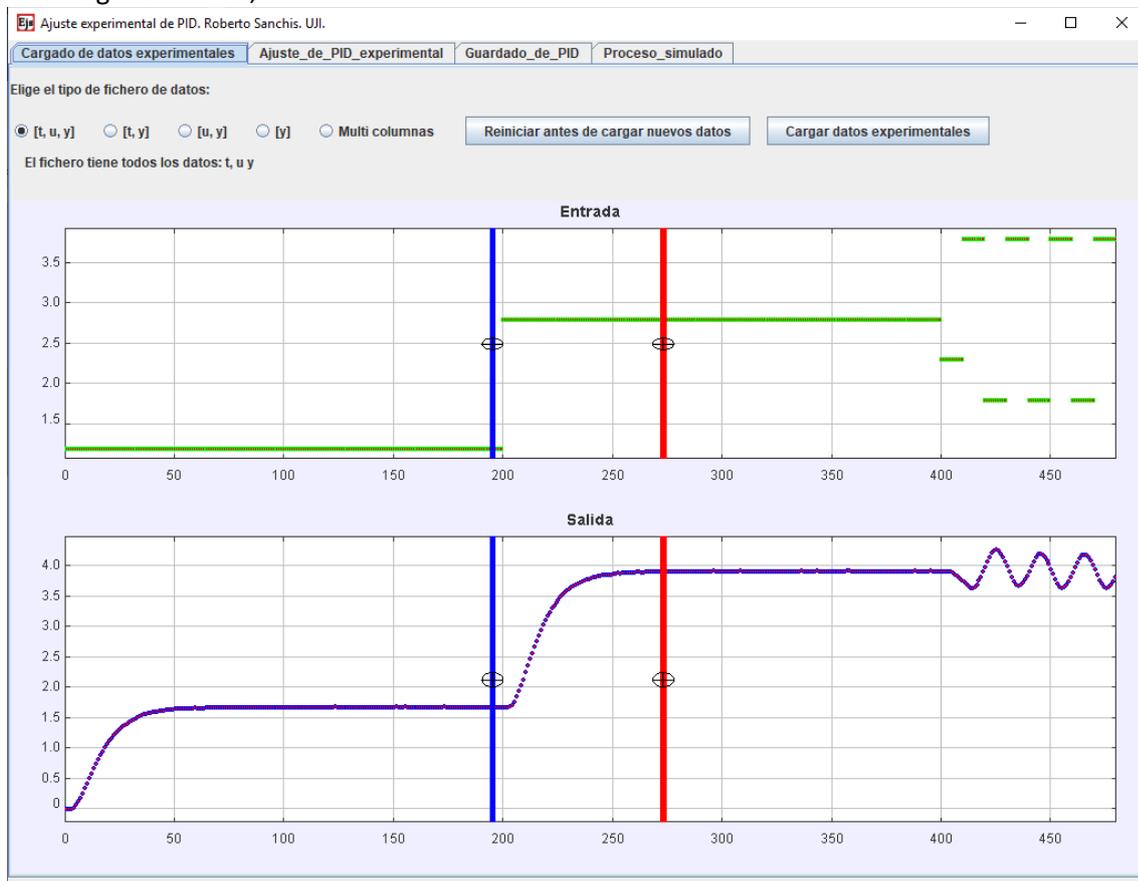
Si se tiene una columna de tiempo y otra de salida se seleccionará la opción [t,y], en caso de tener una columna de tiempo, otra de entrada y otra de salida se seleccionará [t,u,y], con una columna de entrada y otra de salida, [u,y] y con una columna de salida [y]. Por otra parte, la primera vez que se arranca la aplicación se debe pinchar en "Cargar datos experimentales", mientras que siempre que se quiera borrar datos usados anteriormente e importar nuevos datos se pinchará en "Reiniciar antes de cargar nuevos datos".

Al cargar los datos, éstos se muestran en la gráfica. Con las líneas azul y roja se elige el rango de datos que se utilizará en el ajuste experimental (normalmente un escalón, o varios periodos de oscilaciones provocadas por un relé). En el ejemplo siguiente se podría elegir o bien el escalón final, o bien las oscilaciones producidas por el experimento de realimentación a relé:

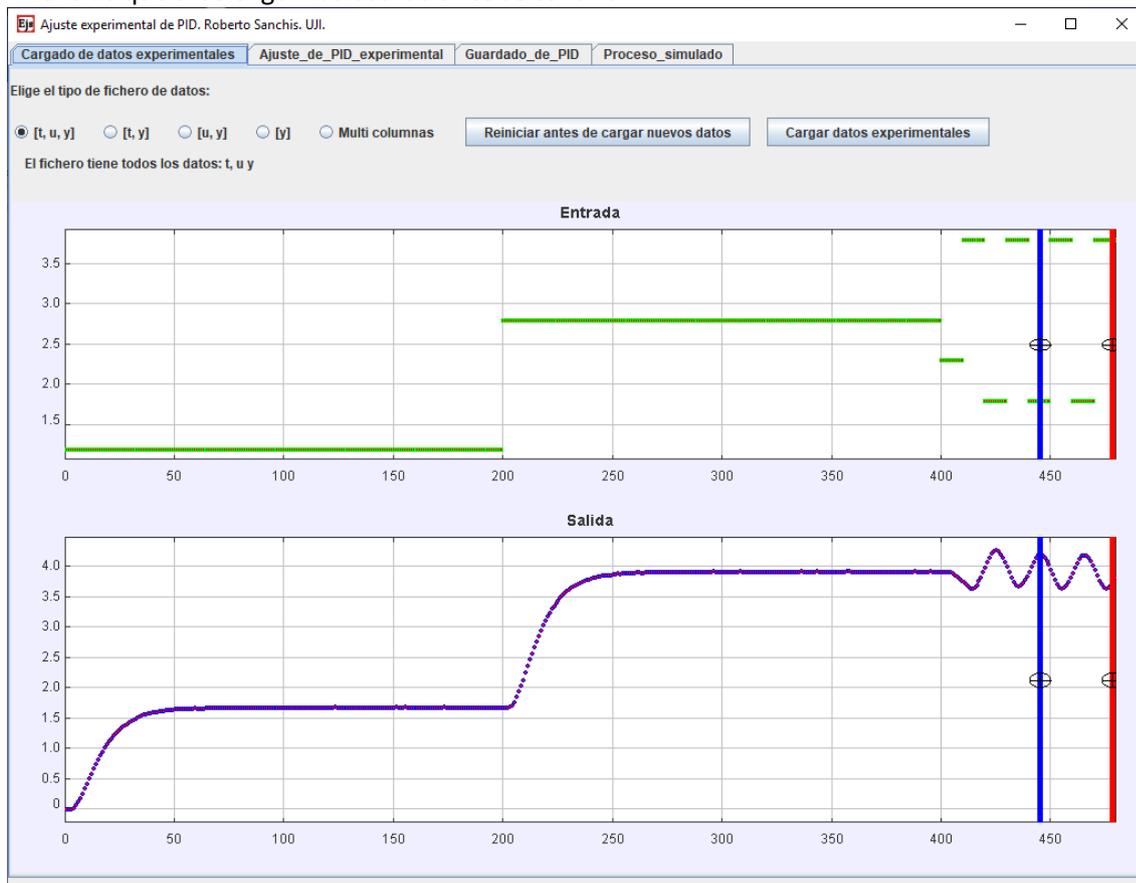
HERRAMIENTAS JAVA PARA LA IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL, EL AJUSTE EXPERIMENTAL Y EL DISEÑO DE CONTROLADORES PID



Si se elige el escalón, se tendría:



Mientras que si se eligen las oscilaciones se tendría:



Una vez seleccionado el rango de los datos, se cambia a la pestaña de Ajuste_de_PID_experimental, que tiene la siguiente estructura:

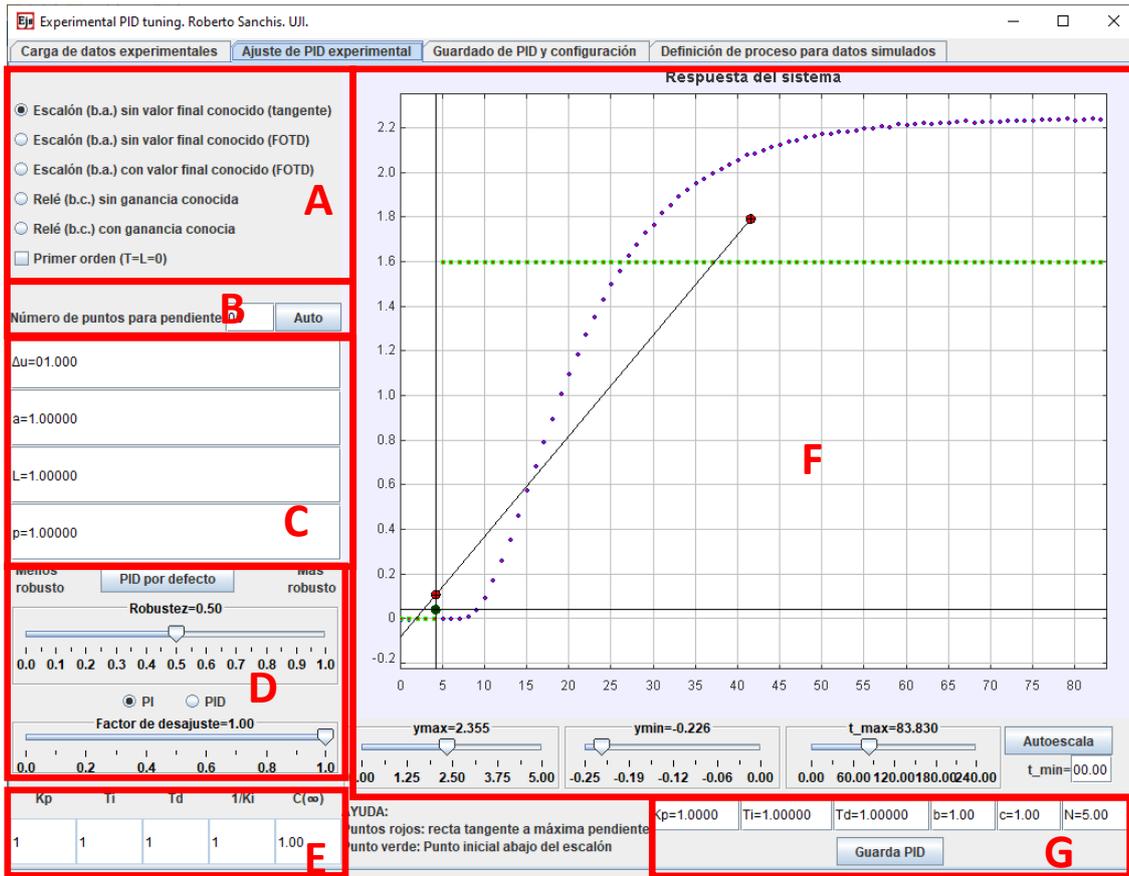


Figura 13

Como se puede ver está dividida en 7 zonas distintas, a cada una de las cuales se le ha asignado una letra.

- En la zona A se puede elegir el tipo de ajuste que se va a hacer, de entre 5 posibilidades (tres para el experimento en escalón en bucle abierto y dos para el de bucle cerrado con relé). Estos métodos están explicados detalladamente en el ANEXO. Una vez seleccionado el tipo de ajuste, hay que situar manualmente una serie de puntos en la gráfica para medir los parámetros que dan lugar al controlador:
 - Ajuste a partir de la respuesta ante escalón sin valor final conocido (método de tangente). En este caso la salida ante escalón no es necesario que llegue a estabilizarse. Se deben colocar los puntos rojos en la línea tangente a la máxima pendiente de la respuesta, y el punto verde donde empieza el escalón de la entrada. El punto azul se pondría en el punto más alejado en el tiempo de la salida disponible.
 - Ajuste a partir de la respuesta ante escalón sin valor final conocido (método de FOTD, o primer orden con retardo). En este caso la salida ante escalón no es necesario que llegue a estabilizarse, aunque sí debe sobrepasar lo suficiente en el tiempo el punto de máxima pendiente. Se deben colocar los puntos rojos en la línea tangente a la máxima pendiente de la respuesta, y el punto verde donde empieza el escalón de la entrada. El punto azul se pondría en el punto más alejado en el tiempo de la salida disponible.
 - Ajuste a partir de la respuesta ante escalón con valor final conocido (FOTD). En este caso sí es necesario que la salida ante escalón llegue a un valor final. Se debe colocar el punto azul a la altura del valor final de la salida, los puntos rojos en el 35.3% y del 85.3% del valor final (que la aplicación marca con dos líneas horizontales), y el punto verde donde empieza el escalón de la entrada. Si se utiliza el método basado en medir el tiempo que tarda en llegar al 5% (basado en un modelo de tercer orden PID con retardo), además de lo anterior hay que ubicar el punto amarillo en el instante

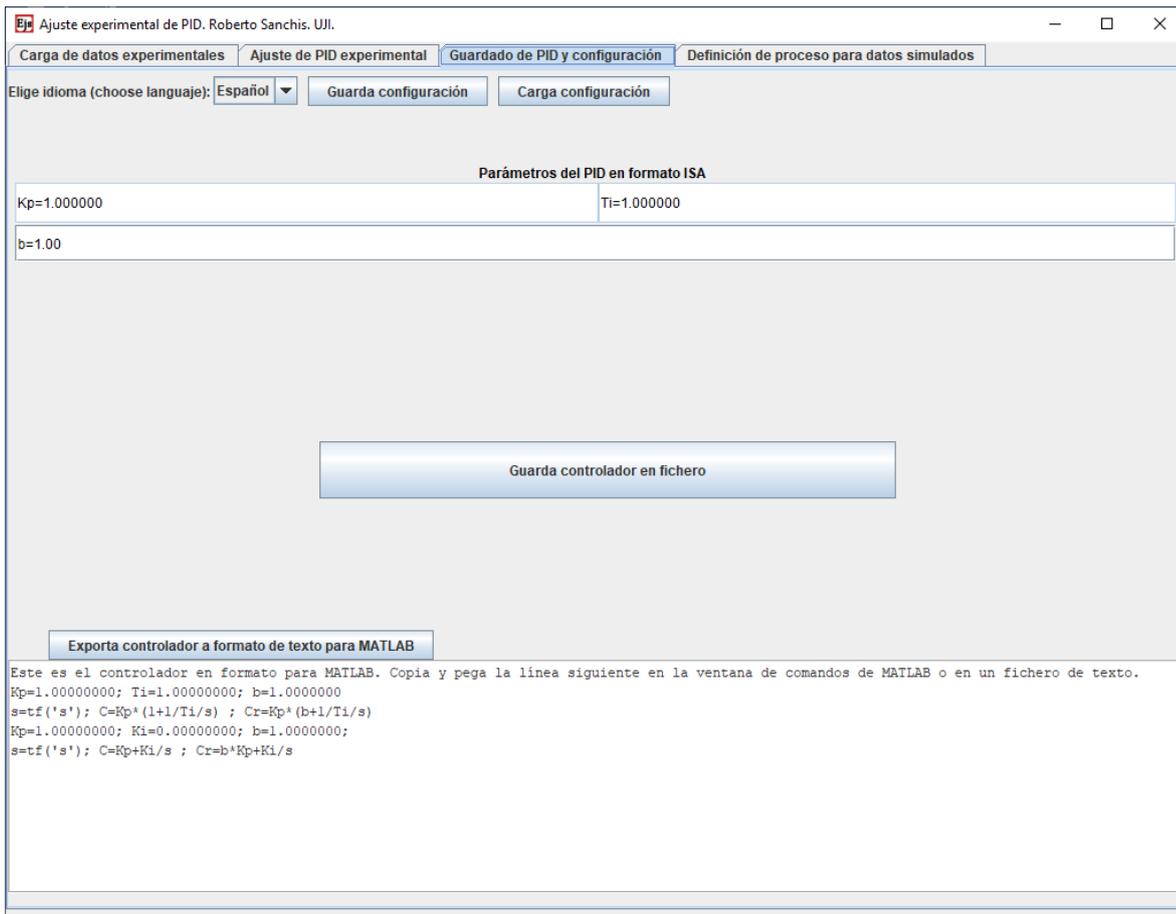
en que la salida alcanza el 5% del valor final. Para usar este método, hay que marcar el selector “Método con tiempo 5%”.

- Ajuste a partir del experimento a relé sin ganancia estática conocida. Hay que colocar los puntos rojos en un mínimo y un máximo consecutivos de la oscilación de la salida, y el punto verde en el instante de un cambio de la entrada.
- Ajuste a partir del experimento a relé con ganancia estática conocida. En este caso se necesita conocer la ganancia estática del sistema, e introducirla aparte (por ejemplo, si se ha medido de un experimento en escalón). Se colocan los puntos rojos y el punto verde igual que en el caso anterior, pero además, hay que introducir a mano el valor numérico de la ganancia estática del proceso (que se tiene que haber medido de otro experimento).

En la zona A, para los métodos de bucle abierto con respuesta escalón, también hay un selector para indicarle a la aplicación que el sistema es de primer orden sin retardo, ya que en ese caso las tablas de ajuste son distintas. Si se marca este selector, solo se puede ajustar controladores PI, pudiendo elegir con una deslizadera la robustez, y con otra deslizadera la rapidez (lo que permite elegir el compromiso deseado entre rapidez y amplificación del ruido). En el caso de marcar que el sistema es de primer orden, si se elige el método de ajuste de la tangente, la aplicación nos pide además introducir el ratio entre el rango de la entrada y el de la salida del sistema, aunque la aplicación hace una estimación inicial de este ratio a partir de los datos.

- En el recuadro B hay un botón (“Auto”) para que la aplicación coloque de forma automática los puntos que dan lugar a los parámetros necesarios para hacer el ajuste. En el caso del ajuste escalón sin valor final conocido, el número de puntos promedio permite variar el filtrado para calcular la pendiente máxima (si la salida tiene ruido, aumentar este número permite mejorar el cálculo automático de la tangente).
- En el recuadro C se muestran los valores medidos de la gráfica, y que se usan en cada método para calcular los parámetros del PID a partir de unas fórmulas. Por ejemplo Δu es el cambio de la entrada. Sirve para verificar que se han colocado bien los puntos en la gráfica. Esta zona también se puede usar para obtener los parámetros del PID introduciendo a mano los valores obtenidos del experimento de forma externa (por ejemplo, a partir de una gráfica en papel). Por ejemplo, si de una gráfica en papel, trazamos la tangente y medimos los valores de a y L del método escalón sin valor final conocido, se puede introducir a mano los valores de Δu , a y L , y pulsar el botón “calcula_el_PID”, para obtener los parámetros del PID.
- En el recuadro D se puede elegir la robustez deseada (en una deslizadera del 0 al 1, 0 significa el menos robusto y 1 el más robusto), y el tipo de controlador (PI ó PID). Si se elige PI, en una deslizadera se puede escoger el factor de desajuste, para hacer el PI más lento (por defecto el factor es 1, lo que da el PI de las tablas). Si se elige PID, se puede escoger el valor del parámetro de filtro del derivador, N .
- En el recuadro E aparecen los parámetros del controlador escogido, PI ó PID. Si se ha elegido sistema de primer orden sin retardo, solo puede ser un PI.
- En la zona F se muestra la gráfica con la entrada y la salida del proceso, junto con unas deslizaderas y botones para ajustar la escala, de forma que se puedan situar bien los puntos.
- Finalmente en la zona G se muestran los parámetros del PID seleccionado, que se puede guardar en un fichero pulsando el botón. En esta zona se pueden cambiar a mano, antes de guardar, los parámetros del PID no definidos por los métodos de ajuste, como los factores de ponderación (b y c).

Para guardar el controlador en un fichero se puede abrir también la pestaña Guardado_de_PID, donde se muestran los parámetros del PID, y se muestra además, en un recuadro, el texto para copiar y pegar en Matlab los datos del controlador.



Cuando se guarda el controlador en un fichero, la aplicación le añade la extensión *.con*. Además, en realidad se guardan dos ficheros: uno en formato binario (*.con*) que solo se puede abrir desde las aplicaciones desarrolladas en EJS, y otro de texto ascii (*.con.txt*), para poder cargar el controlador desde la aplicación desarrollada en Processing ("interfaz_PID_arduino").

En esta ventana también se puede elegir el idioma (Español o Inglés). Se puede guardar la configuración del idioma en un fichero llamado "config.cfaj". De esa forma, la aplicación, cuando arranca, busca ese fichero y arranca con el idioma elegido.

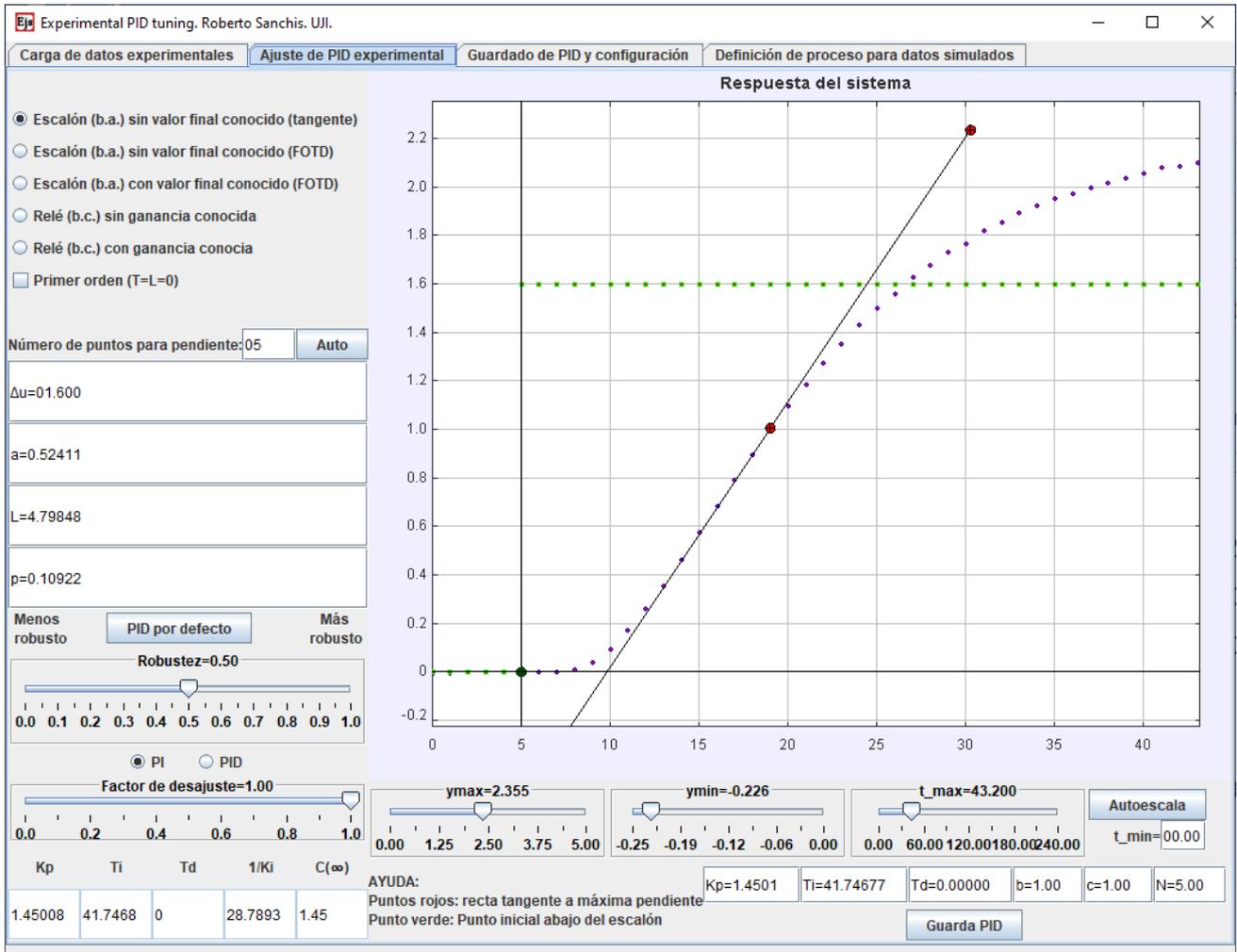
La pestaña "Proceso simulado" permite definir el modelo de un proceso para que la respuesta ante escalón utilizada sea la de ese proceso simulado, en lugar de datos experimentales. Tiene un objetivo didáctico.

AJUSTE A PARTIR DE LA RESPUESTA ANTE ESCALÓN SIN VALOR FINAL CONOCIDO (MÉTODO DE LA TANGENTE)

En el caso de realizar un ajuste importando datos de un experimento en Bucle Abierto con respuesta ante escalón sin valor final conocido, por el método de la tangente, se tendrá que mover los puntos de la ventana de visualización como sigue:

- Los puntos rojos se colocarán de forma que la recta que los une sea tangente al punto de máxima pendiente.
- El punto verde hay que moverlo al punto de la salida justo en el momento en que empieza el escalón de entrada, es decir, el eje de tiempo donde empieza el escalón de entrada, y el eje vertical donde empieza la salida, justo antes del escalón.

Si con el botón "Auto" la tangente no se sitúa correctamente (normalmente debido al ruido), se deben colocar los puntos a mano, o bien aumentar el Número de puntos promedio y volver a darle al Auto.

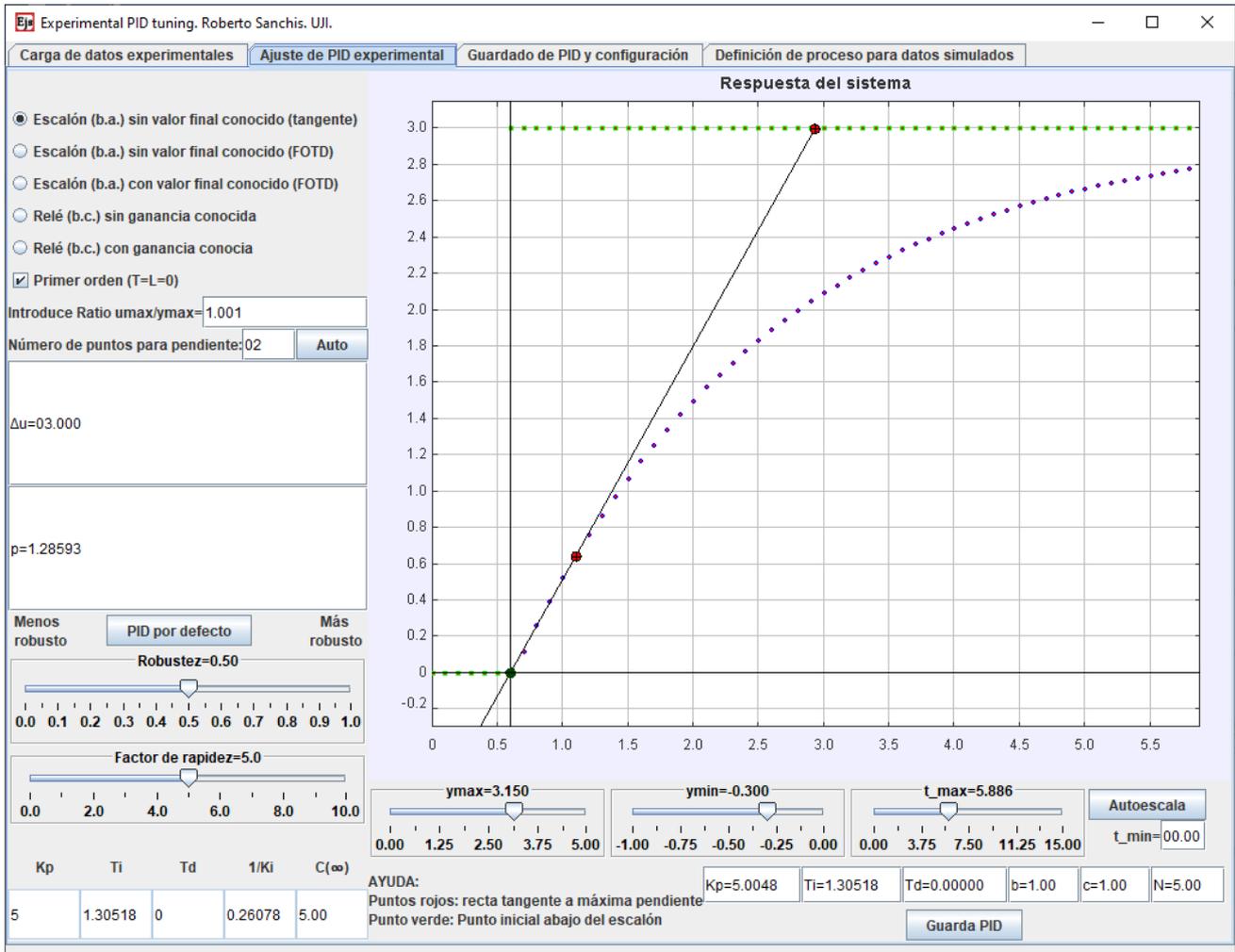


Al mover la situación de dichos puntos, la aplicación actualiza los valores de a y L , y muestra los parámetros del controlador elegido (PI o PID) para la selección de robustez y filtrado N (PID) o factor de desajuste (PI) elegidos.

Seleccionando finalmente la robustez deseada, el tipo de controlador (PI o PID) y el valor de N requerido, o el factor de desajuste (según el compromiso buscado entre rapidez y amplificación del ruido), la aplicación muestra los parámetros del controlador.

La aplicación también calcula y muestra el valor de la ganancia integral K_i para poder comparar cualitativamente la velocidad de las respuestas (IAE aproximado) que se puede conseguir el controlador propuesto. También se calcula y muestra la amplificación del ruido de alta frecuencia ($C(\infty) = K_p(1 + N)$).

Si la respuesta tiene una pendiente inicial positiva, lo cual significa que el sistema es de primer orden sin retardo, se debe marcar el selector correspondiente:



En este caso, al pulsar auto, la recta tangente parte del punto inicial, y en el recuadro solo se muestra la pendiente, p . Se debe introducir a mano la ratio entre el rango de la entrada y el de la salida (u_{max}/y_{max}), si se conoce (la aplicación propone una estimación de esta ratio a partir de los datos). En la sección del controlador solo se muestra un controlador PI, y se puede elegir la robustez deseada con una deslizadora, y la rapidez deseada con otra (para buscar el compromiso deseado entre rapidez y amplificación del ruido).

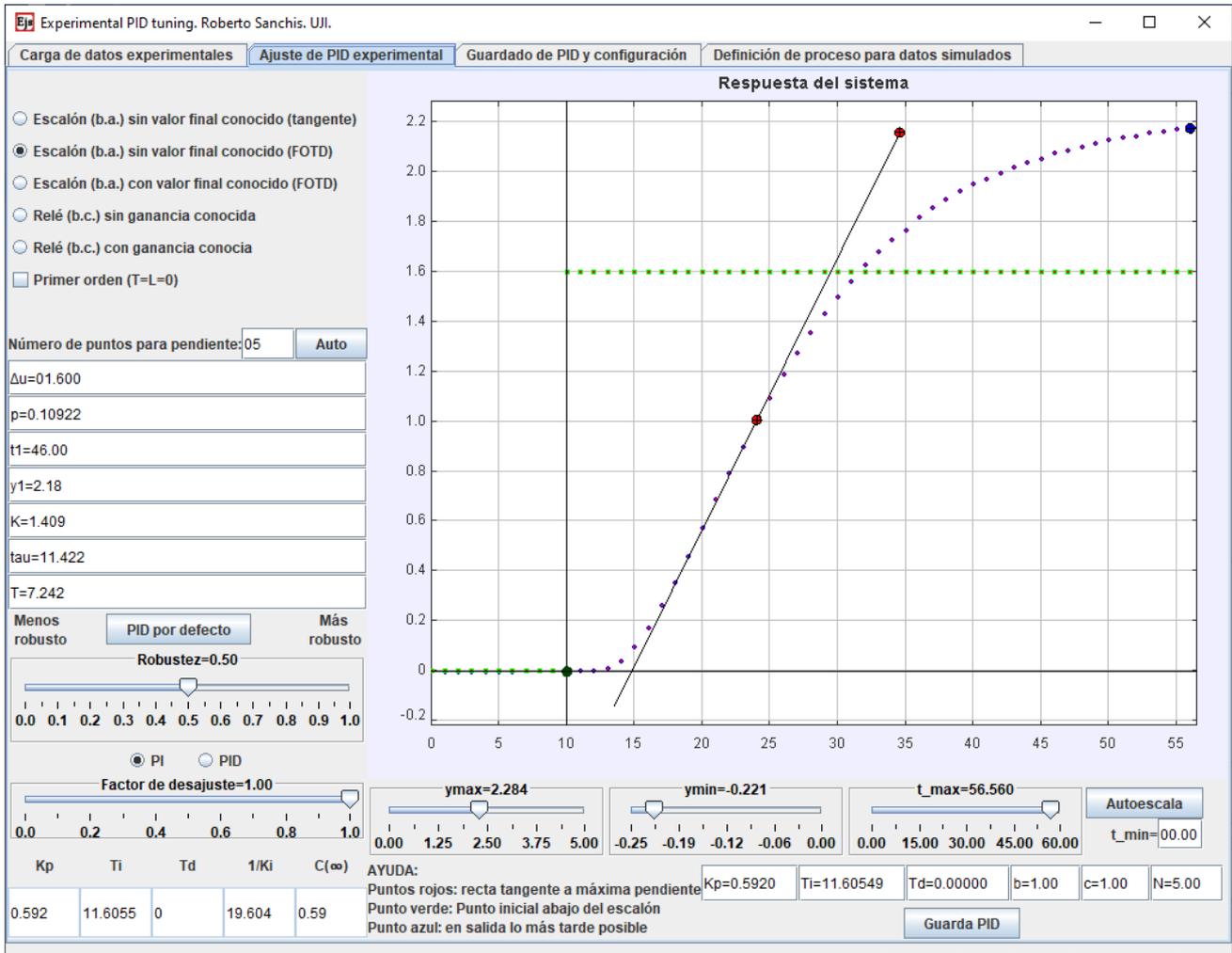
AJUSTE A PARTIR DE LA RESPUESTA ANTE ESCALÓN SIN VALOR FINAL CONOCIDO (PRIMER ORDEN CON RETARDO, O FOTD).

En el caso de realizar un ajuste importando datos de un experimento en Bucle Abierto con respuesta ante escalón sin valor final conocido, pero utilizando el método de aproximación a primer orden con retardo, se tendrá que mover los puntos de la ventana de visualización como sigue:

- Los puntos rojos se colocarán de forma que la recta que los une sea tangente al punto de máxima pendiente.
- El punto verde hay que moverlo al punto de la salida justo en el momento en que empieza el escalón de entrada, es decir, el eje de tiempo donde empieza el escalón de entrada, y el eje vertical donde empieza la salida, justo antes del escalón.
- El punto azul se debe situar en un punto de la salida posterior al de máxima pendiente, y lo más alejado posible.

Si con el botón "Auto" la tangente no se sitúa correctamente (normalmente debido al ruido), se deben colocar los puntos a mano, o bien aumentar el Número de puntos promedio y volver a darle al Auto.

HERRAMIENTAS JAVA PARA LA IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL, EL AJUSTE EXPERIMENTAL Y EL DISEÑO DE CONTROLADORES PID

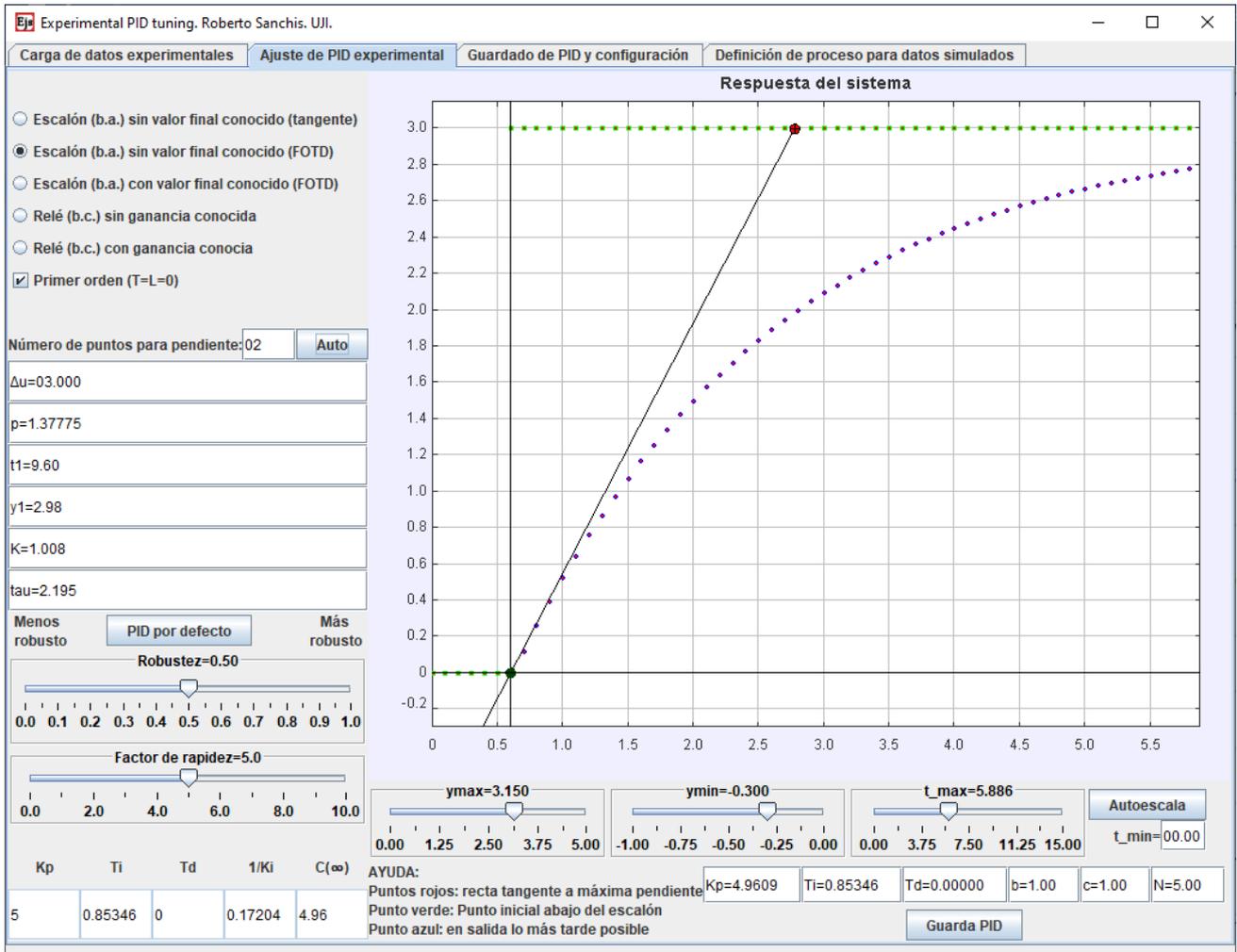


Al mover la situación de dichos puntos, la aplicación actualiza los valores de $p=a/L$, t_1 , y_1 , K , τ y T , y muestra los parámetros del controlador elegido (PI o PID) para la selección de robustez y filtrado N (PID) o factor de desajuste (PI) elegidos.

Seleccionando finalmente la robustez deseada, el tipo de controlador (PI o PID) y el valor de N requerido, o el factor de desajuste (según el compromiso buscado entre rapidez y amplificación del ruido), la aplicación muestra los parámetros del controlador.

La aplicación también calcula y muestra el valor de la ganancia integral K_i para poder comparar cualitativamente la velocidad de las respuestas (IAE aproximado) que se puede conseguir el controlador propuesto. También se calcula y muestra la amplificación del ruido de alta frecuencia ($C(\infty) = K_p(1 + N)$).

Si la respuesta tiene una pendiente inicial positiva, lo cual significa que el sistema es de primer orden sin retardo, se debe marcar el selector correspondiente:



En este caso, al pulsar auto, la recta tangente parte del punto inicial, y en el recuadro solo se muestra la pendiente, p , y los valores t_1 , y_1 , K y τ . En la sección de los controladores solo se muestra un controlador PI, y se puede elegir la robustez deseada con una deslizadora, y la rapidez deseada con otra.

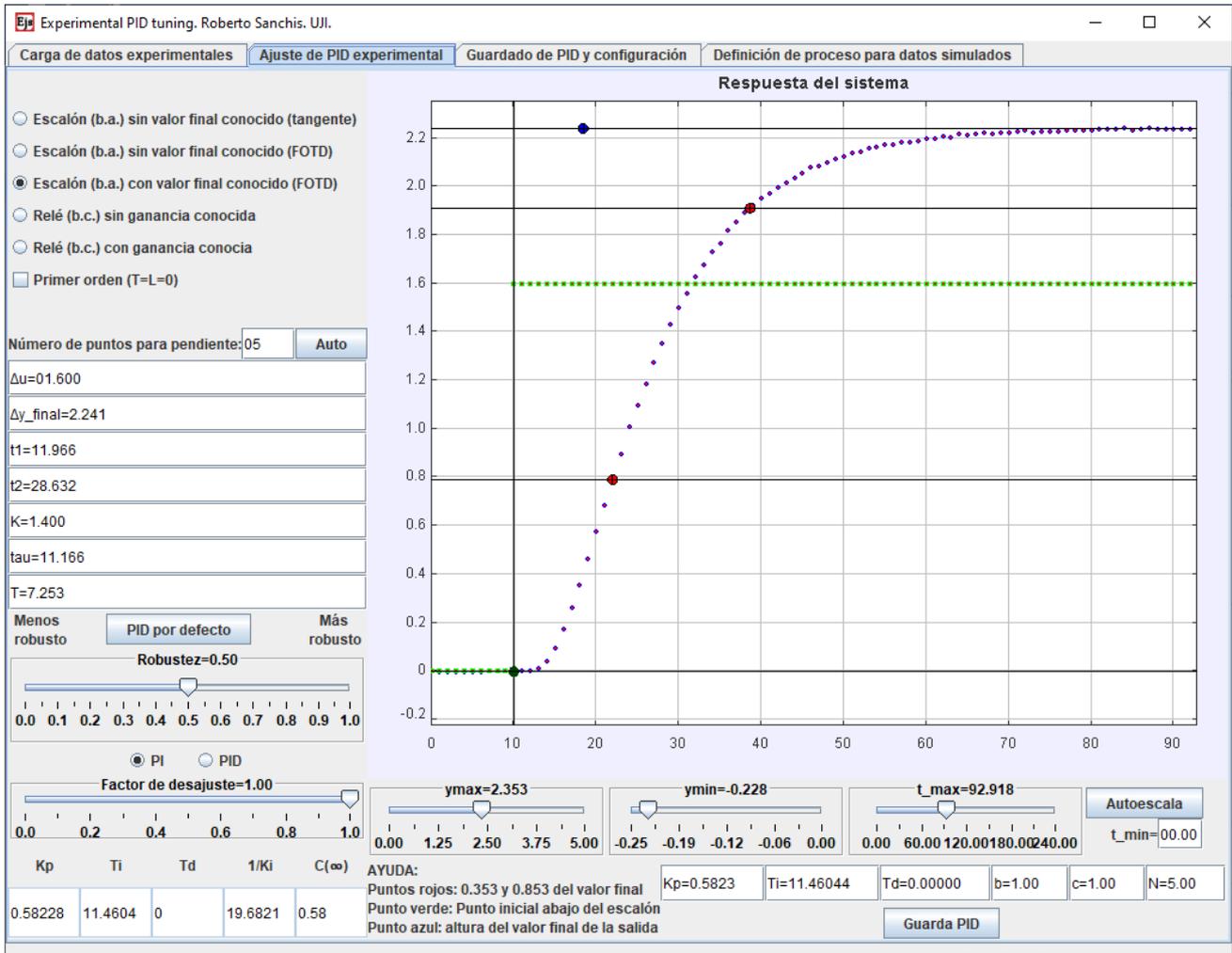
AJUSTE A PARTIR DE LA RESPUESTA ANTE ESCALÓN CON VALOR FINAL CONOCIDO

En el caso de realizar un ajuste importando datos de un experimento en Bucle Abierto con respuesta ante escalón con valor final conocido, se tendrá que mover los puntos de la ventana de visualización como sigue:

- El punto azul se colocará a la altura del valor final de la salida, en el escalón escogido.
- Los puntos rojos se colocarán sobre la salida, a 35.3% del valor final y a 85.3% del valor final.
- El punto verde hay que moverlo al punto de la salida justo en el momento en que empieza el escalón de entrada, es decir, el eje de tiempo donde empieza el escalón de entrada, y el eje vertical donde empieza la salida, justo antes del escalón.

Si el resultado del botón Auto no es adecuado, habrá que colocar los puntos a mano.

HERRAMIENTAS JAVA PARA LA IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL, EL AJUSTE EXPERIMENTAL Y EL DISEÑO DE CONTROLADORES PID

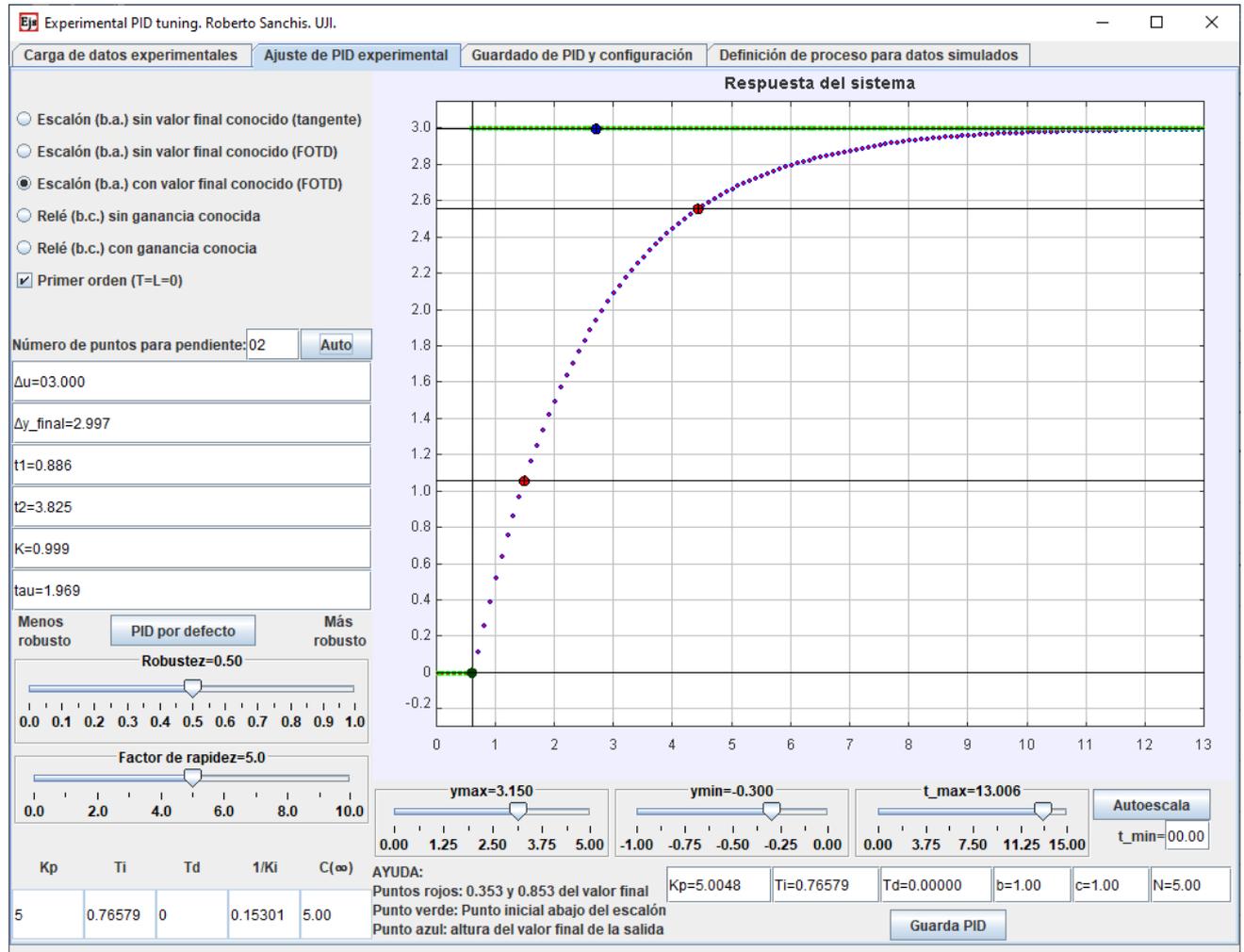


Al mover la situación de dichos puntos, la aplicación actualiza los valores de t_1 , t_2 , K , τ y T , y muestra los parámetros del controlador elegido (PI o PID) para la selección de robustez y filtrado N (PID) o factor de desajuste (PI) elegidos.

Seleccionando finalmente la robustez deseada, el tipo de controlador (PI o PID) y el valor de N requerido, o el factor de desajuste (según el compromiso buscado entre rapidez y amplificación del ruido), la aplicación muestra los parámetros del controlador.

La aplicación también calcula y muestra el valor de la ganancia integral K_i para poder comparar cualitativamente la velocidad de las respuestas (IAE aproximado) que se puede conseguir el controlador propuesto. También se calcula y muestra la amplificación del ruido de alta frecuencia ($C(\infty) = K_p(1 + N)$).

Si la respuesta tiene una pendiente inicial positiva, lo cual significa que el sistema es de primer orden sin retardo, se debe marcar el selector correspondiente:

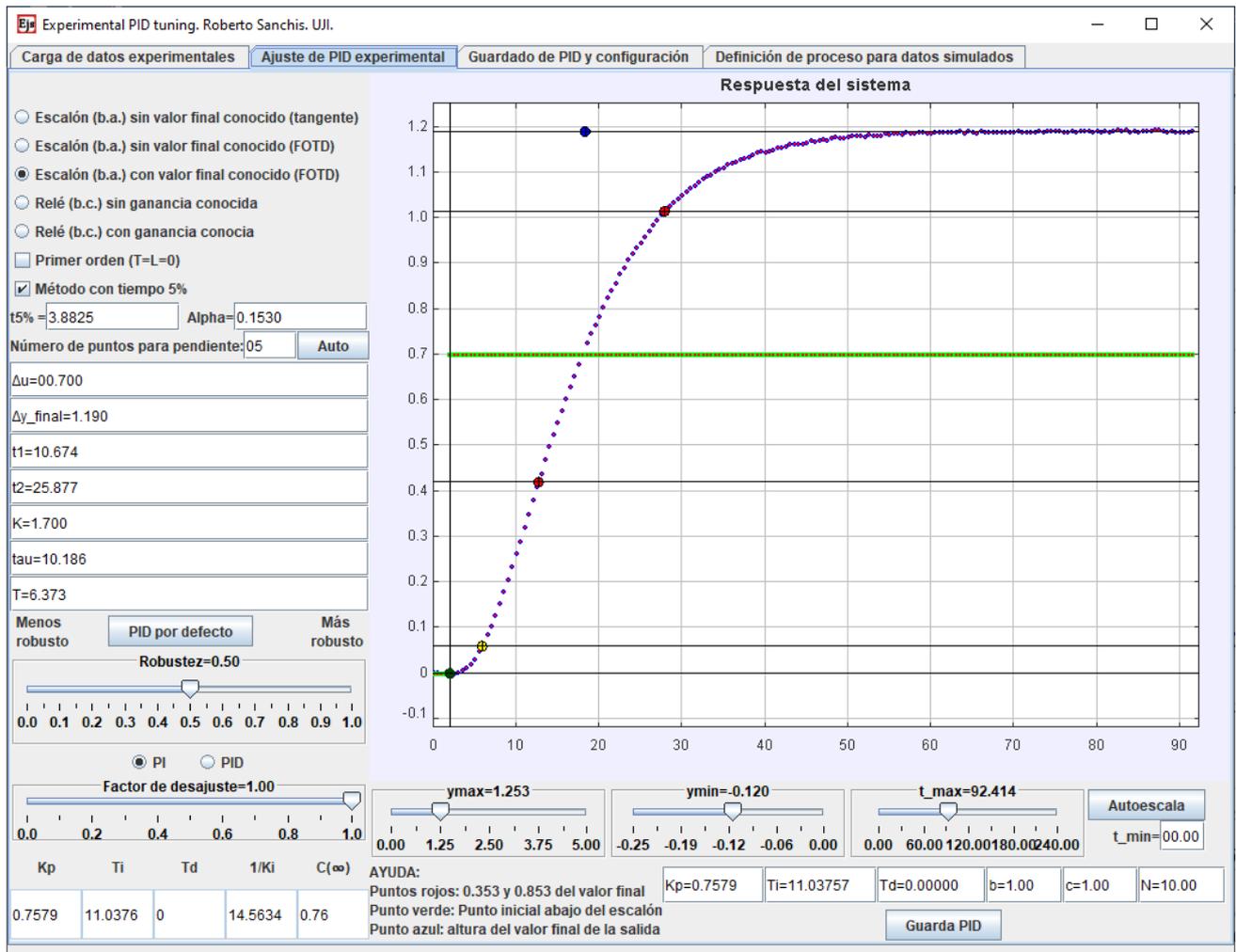


En este caso, al pulsar auto y ajustar los puntos, en el recuadro solo se muestra los valores t_1 , t_2 , K y τ . En la sección de los controladores solo se muestra el controlador PI, y se puede elegir la robustez deseada con una deslizadora, y la rapidez deseada con otra.

AJUSTE A PARTIR DE LA RESPUESTA ANTE ESCALÓN CON VALOR FINAL CONOCIDO, CON MODELO DE TERCER ORDEN

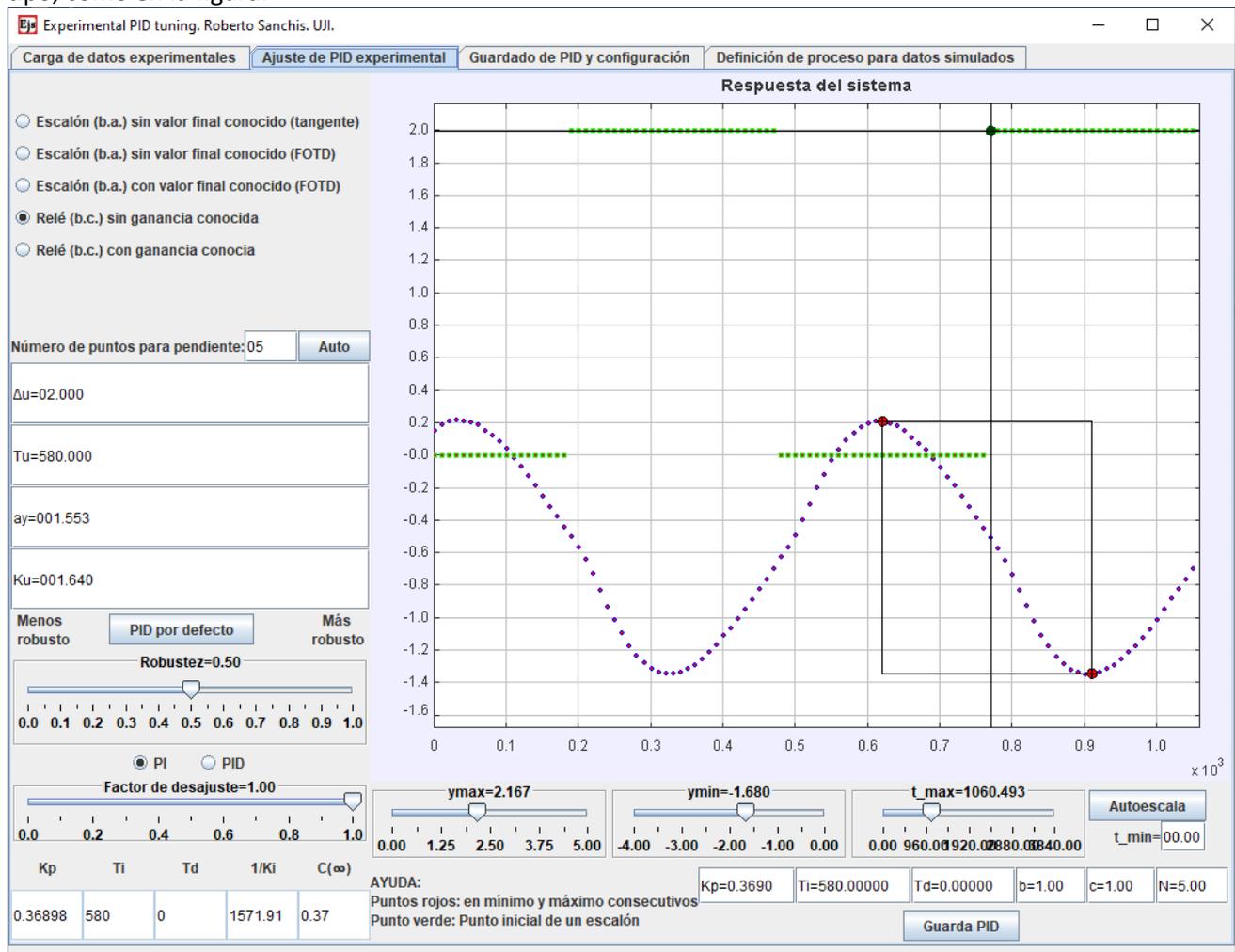
Si, estando seleccionado este método de ajuste, se marca además el selector “Método con tiempo 5%”, se utiliza un método de ajuste más exacto que requiere una medición adicional: el tiempo que tarda en alcanzar el 5% del valor final. Además de los puntos de medición anteriores habrá que situar el punto amarillo en el instante en que la salida alcanza el 5% de su valor final. Si la ubicación automática no funciona bien por el ruido, habrá que situar el punto manualmente. El resto del proceso de ajuste es idéntico al explicado antes.

HERRAMIENTAS JAVA PARA LA IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL, EL AJUSTE EXPERIMENTAL Y EL DISEÑO DE CONTROLADORES PID



AJUSTE A PARTIR DEL EXPERIMENTO A RELÉ SIN GANANCIA CONOCIDA

En caso de utilizar el método del experimento a relé se deben importar datos de un experimento de este tipo, como en la figura.



Una vez importados los datos, los cursores se dispondrán de la siguiente manera:

- Los puntos rojos se dispondrán en un máximo y un mínimo consecutivos de la señal de salida, para medir el periodo y la amplitud de la oscilación.
- El punto verde se moverá al inicio de un escalón de entrada, para medir el incremento de la entrada.

Si el resultado de utilizar el botón Auto no fuera correcto, habría que colocar los puntos a mano.

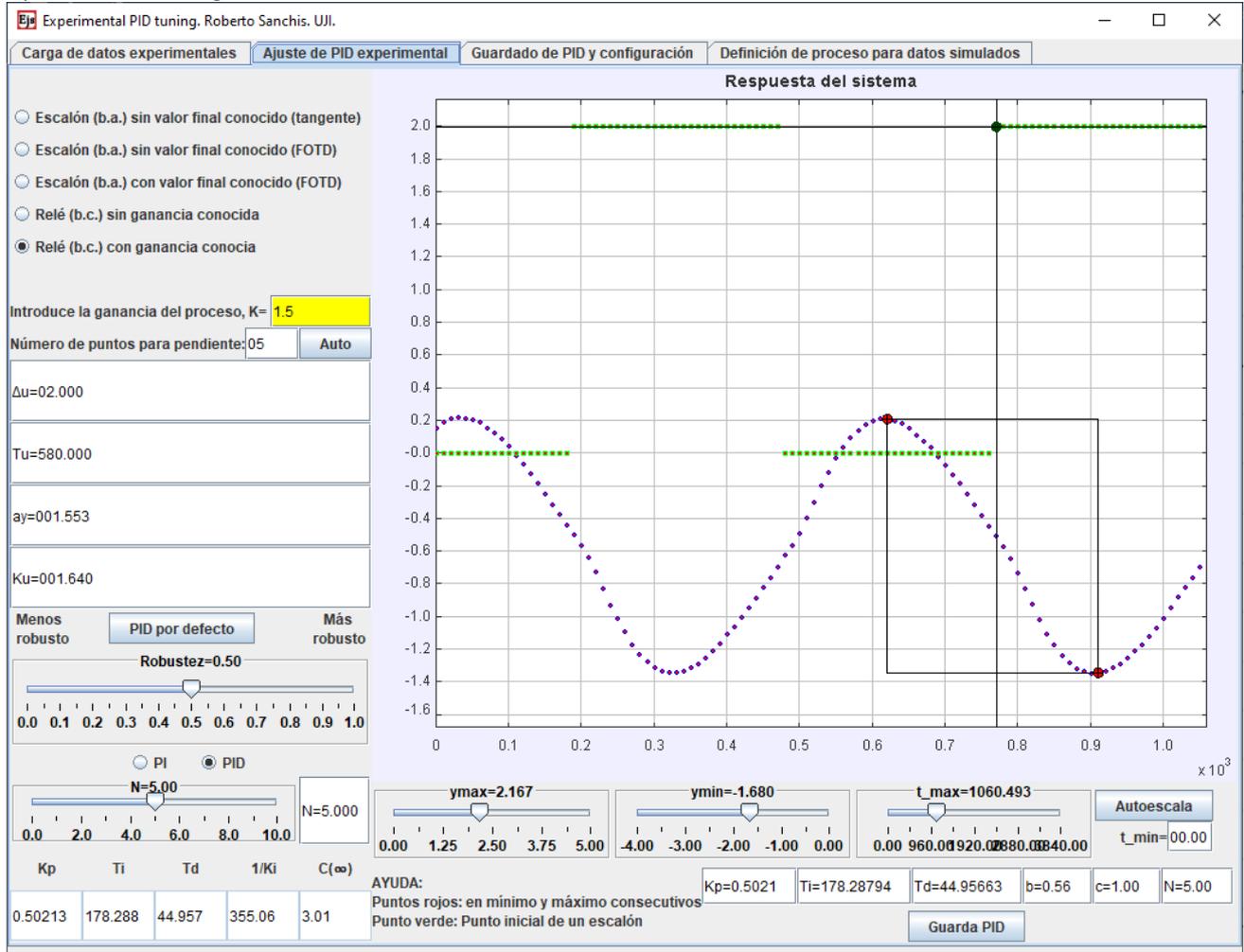
Al mover la situación de dichos puntos, se actualizarán los valores de K_u y T_u , y se muestran los parámetros del controlador elegido (PI o PID) para la selección de robustez y filtrado N (PID) o factor de desajuste (PI) elegidos.

Seleccionando finalmente la robustez deseada, el tipo de controlador (PI o PID) y el valor de N requerido, o el factor de desajuste (según el compromiso buscado entre rapidez y amplificación del ruido), la aplicación muestra los parámetros del controlador.

La aplicación también calcula y muestra el valor de la ganancia integral K_i para poder comparar cualitativamente la velocidad de las respuestas (IAE aproximado) que se puede conseguir el controlador propuesto. También se calcula y muestra la amplificación del ruido de alta frecuencia ($C(\infty) = K_p(1 + N)$).

AJUSTE A PARTIR DEL EXPERIMENTO A RELÉ CON GANANCIA CONOCIDA

En caso de utilizar el método del experimento a relé se deben importar datos de un experimento de este tipo, como en la figura.



Una vez importados los datos, los cursores se dispondrán de la siguiente manera:

- Los puntos rojos se dispondrán en un máximo y un mínimo consecutivos de la señal de salida, para medir el periodo y la amplitud de la oscilación.
- El punto verde se moverá al inicio de un escalón de entrada, para medir el incremento de la entrada.

Además, hay que introducir a mano en el recuadro correspondiente el valor de la ganancia estática, que se debe haber medido en otro experimento de respuesta escalón.

Si el resultado de utilizar el botón Auto no fuera correcto, habría que colocar los puntos a mano.

Al mover la situación de los puntos, o cambiar el valor de la ganancia, K , se actualizarán los valores de K_u y T_u , y se muestran los parámetros del controlador elegido (PI o PID) para la selección de robustez y filtrado N (PID) o factor de desajuste (PI) elegidos.

Seleccionando finalmente la robustez deseada, el tipo de controlador (PI o PID) y el valor de N requerido, o el factor de desajuste (según el compromiso buscado entre rapidez y amplificación del ruido), la aplicación muestra los parámetros del controlador.

La aplicación también calcula y muestra el valor de la ganancia integral K_i para poder comparar cualitativamente la velocidad de las respuestas (IAE aproximado) que se puede conseguir el controlador propuesto. También se calcula y muestra la amplificación del ruido de alta frecuencia ($C(\infty) = K_p(1 + N)$). Finalmente el controlador se puede guardar en un fichero o bien exportar a Matlab utilizando la ventana correspondiente.

ANEXO:

MÉTODOS DE AJUSTE EXPERIMENTAL DE CONTROLADORES PID

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

2. MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA ANTE ESCALÓN

2.1. MÉTODO DE RESPUESTA ESCALÓN SIN VALOR FINAL CONOCIDO (MÉTODO DE ZIEGLER Y NICHOLS)

2.2. MÉTODOS DE RESPUESTA ESCALÓN CON VALOR FINAL CONOCIDO (BASADO EN EL MODELO DE PRIMER ORDEN CON RETARDO)

3. MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

3.1. MÉTODO DE REALIMENTACIÓN A RELÉ SIN GANANCIA CONOCIDA (ZIEGLER-NICHOLS EN BUCLE CERRADO)

3.2. MÉTODO DE REALIMENTACIÓN A RELÉ CON GANANCIA CONOCIDA

1. INTRODUCCIÓN

Existen una serie de métodos experimentales de ajuste de controladores PID. Estos métodos no requieren obtener un modelo del proceso, ni realizar cálculos matemáticos con funciones de transferencia. Se basan en realizar un experimento sobre el proceso, analizar la respuesta y aplicar unas sencillas reglas para calcular los parámetros del controlador a partir de mediciones tomadas sobre la curva de respuesta.

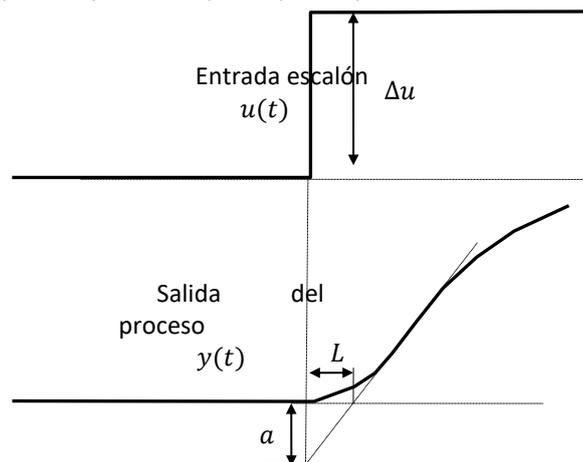
Existen diferentes métodos empíricos de ajuste que se pueden clasificar en función del tipo y duración del experimento utilizado. Estos métodos permiten obtener diferentes controladores PI o PID en función de si se desea una respuesta más o menos robusta, así como más o menos filtrante del ruido de medida. Se elegirán respuestas menos robustas si se tiene seguridad de que el proceso cambia poco con el tiempo, y la elección de un PID más o menos filtrante (con un valor de N mayor o menor) dependerá del ruido de alta frecuencia que se tenga en la medición del sensor. El objetivo es que no haya variaciones grandes y rápidas del actuador que, en el caso de presencia de elementos mecánicos en el proceso, pueden provocar roturas. El controlador más prudente es un PI (que es equivalente a un PID con $N=0$) lo más robusto posible, pero el precio que se paga es que la respuesta es la más lenta. Un inconveniente de buscar respuestas rápidas y poco robustas es que se necesita una acción de control elevada. Si el rango del actuador no es muy amplio, utilizar un controlador robusto ayuda también a evitar (o reducir) la saturación del actuador, es decir, que el actuador alcance sus valores máximo y mínimo.

Los métodos experimentales se diferencian entre aquellos que requieren realizar un ensayo del proceso en bucle abierto, en los que se aplica un escalón en la entrada del proceso y se estudia la evolución de la salida, y aquellos que requieren hacer un ensayo en bucle cerrado con un controlador con unas características determinadas (normalmente un control todo nada con salida a relé) para observar la evolución de la salida.

3. Métodos basados en la respuesta ante escalón en bucle abierto

a. Métodos basados en la respuesta ante escalón sin valor final conocido.

El experimento se basa en poner una entrada constante y esperar hasta que la salida se estabilice. Después se cambia la entrada a otro valor. Con esto se obtiene la respuesta ante entrada escalón en bucle abierto y se miden los parámetros mostrados en la figura, donde la recta se traza tangente a la máxima pendiente de la curva de respuesta y se hace pasar por el punto de inflexión:



Nótese que no es necesario esperar a que la salida se estabilice de nuevo para tomar las mediciones que requiere este método, solo es necesario que se llegue al punto de inflexión o donde se alcanza la máxima derivada. Este método sirve, por tanto, aunque el sistema tenga una respuesta en forma de rampa (es decir, si se trata de un sistema con integrador), o una respuesta muy lenta, y no podamos esperar a que se vuelva a llegar al valor final.

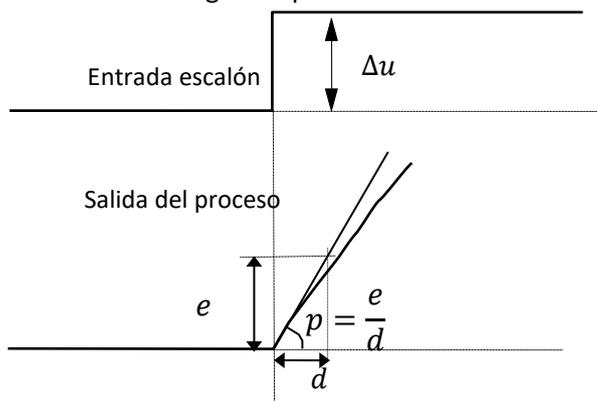
Los parámetros son función de los valores a y L , y se ajustan a partir de una tabla, en función de la robustez deseada en el controlador. En la literatura hay diversas tablas publicadas por diferentes autores. Unos parámetros que funcionan bien, que son una modificación de los originales de Ziegler y Nichols, son:

Robustez	PI				PID			
	K_p	T_i	T_d	K_i	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.6 \frac{\Delta u}{a}$	$4L$	0	$0.15 \frac{\Delta u}{aL}$	$0.95 \frac{\Delta u}{a}$	$2.4L$	$0.42L$	$0.4 \frac{\Delta u}{aL}$
Robustez intermedia	$0.475 \frac{\Delta u}{a}$	$8.7L$	0	$0.055 \frac{\Delta u}{aL}$	$0.7 \frac{\Delta u}{a}$	$5.2L$	$0.46L$	$0.135 \frac{\Delta u}{aL}$
Muy robusto	$0.35 \frac{\Delta u}{a}$	$13.4L$	0	$0.025 \frac{\Delta u}{aL}$	$0.45 \frac{\Delta u}{a}$	$8L$	$0.5L$	$0.056 \frac{\Delta u}{aL}$

La tabla incluye el valor resultante de la ganancia integral K_i , cuya inversa da una indicación del IAE que se puede conseguir (si la respuesta resultante no fuera muy oscilatoria), $IAE \approx \frac{1}{K_i}$.

La tabla original solo incluía los controladores poco robustos o muy robustos. Los controladores de robustez intermedia se han obtenido calculando el valor medio de los parámetros de los otros dos ajustes.

El método anterior no sirve para sistemas cuya respuesta ante escalón tenga una pendiente inicial positiva, es decir, sistemas que sean de primer orden sin retardo (lo que incluye sistemas que sean un integrador sin retardo), ya que las tablas no dan valores válidos si $L=0$. Si este es el caso, el punto de máxima pendiente se da al inicio, por lo que la recta tangente indica la máxima pendiente de la respuesta. En ese caso la única medición posible es esa pendiente máxima inicial, p . Con esa pendiente, y el valor del escalón, Δu , se podría aproximar un modelo de integrador puro:



$$G(s) = \frac{k}{s}, \quad \text{con } k = \frac{p}{\Delta u}$$

Para un modelo como éste (integrador puro), existen controladores PI que pueden hacer la respuesta infinitamente rápida. Por lo tanto, nunca haría falta un PID, ya que amplificaría más el ruido. Para elegir uno de esos controladores PI se puede usar, por ejemplo, la amplificación del ruido de alta frecuencia, que debe fijarse en relación a los rangos de variación de la señal de entrada y la señal de salida. Se podría fijar para cada controlador una amplificación determinada multiplicada por la relación entre el rango de la entrada y el rango de la salida. Si se define la relación entre el rango de la entrada y el de la salida como:

$$R = \frac{u_{max} - u_{min}}{y_{max} - y_{min}}$$

La tabla podría quedar como:

Robustez	PI lento				PI rápido			
	K_p	T_i	T_d	K_i	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$2R$	$\frac{0.8}{kR}$	0	$2.5kR^2$	$10R$	$\frac{0.16}{kR}$	0	$62.5kR^2$
Robustez intermedia	$1.5R$	$\frac{1.87}{kR}$	0	$0.8R^2$	$7.5R$	$\frac{0.37}{kR}$	0	$20kR^2$

Muy robusto	1R	$\frac{4}{kR}$	0	$0.25kR^2$	5R	$\frac{0.8}{kR}$	0	$6.25kR^2$
-------------	----	----------------	---	------------	----	------------------	---	------------

Donde se propone un PI rápido y un PI lento para cada robustez.

b. Métodos basados en obtener un modelo de primer orden más retardo (respuesta ante escalón con valor final conocido)

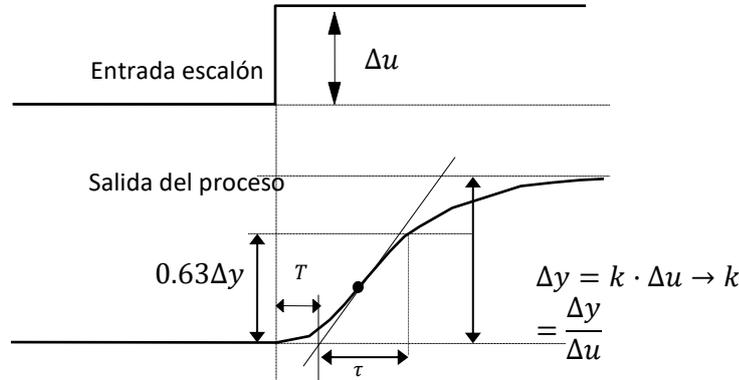
La diferencia con el caso anterior es que en este caso se necesita esperar hasta que la salida alcance un valor final constante después de cambiar la entrada. El método se basa en obtener a partir del experimento de respuesta ante escalón, un modelo aproximado de primer orden más retardo (FOTD: *first order plus time delay*), es decir:

$$G(s) = \frac{k}{1 + \tau s} e^{-Ts}$$

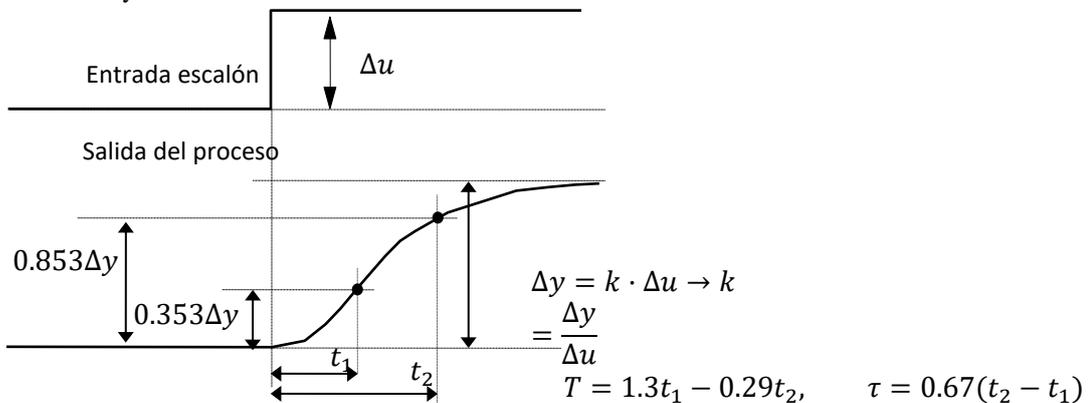
Este método sólo es aplicable a sistemas que sean estables en bucle abierto (no sirve para procesos con integrador). Para aplicar la entrada escalón, en primer lugar, se pone un valor constante de la entrada y se espera a que la salida del sistema se estabilice (llegue a un valor final). Entonces se cambia la entrada y se registra la evolución de la salida, esperando hasta que se vuelva a llegar a un valor constante. A partir de la gráfica de la salida se mide una serie de parámetros según se muestra en la gráfica, para obtener los parámetros k , T y τ . Estos parámetros son los que se utilizan para calcular las constantes del controlador PID a partir de unas tablas.

Existen dos alternativas para estimar los parámetros T y τ . La primera consiste en trazar la recta tangente al punto de máxima pendiente, y la segunda se basa en hacer mediciones de tiempo en dos puntos en los que la salida del proceso ha avanzado un porcentaje determinado de su recorrido total (35.3% y 85.3%). Este segundo método suele dar mejores resultados, especialmente si la señal tiene mucho ruido de medida.

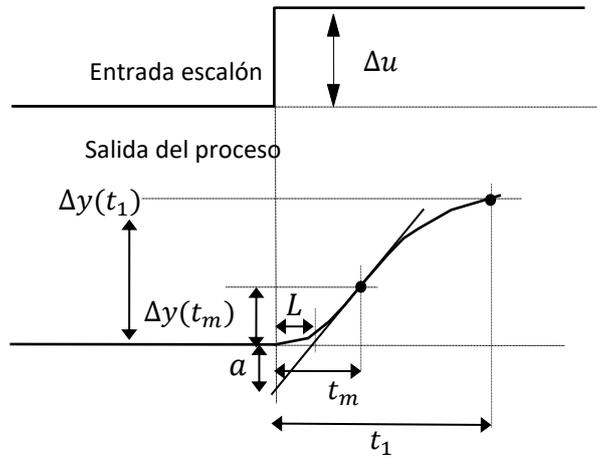
Método de la tangente:



Método del 35% y del 85%:



En el caso de que la salida no alcance el valor final, pero sí supere durante un tiempo significativo el punto de máxima pendiente, de manera que se pueda medir un punto intermedio, se puede aplicar un método algo más complicado para obtener el modelo de primer orden más retardo:



En este caso, los parámetros T , τ y k se obtendrían resolviendo unas ecuaciones algo más complicadas a partir de los valores de a , L , t_m , t_1 , $\Delta y(t_m)$, $\Delta y(t_1)$.

Si se supone que en el punto de máxima pendiente empieza una exponencial, de pendiente inicial a/L , se tendría la ecuación:

$$y(t_1) - y(t_m) = \frac{a}{L} \tau \left(1 - e^{-\frac{t_1 - t_m}{\tau}} \right)$$

Donde t_m es el instante de la máxima pendiente, y t_1 un instante posterior.

De esta ecuación se conoce todo excepto la constante de tiempo, por lo que se puede obtener τ a partir de ella. Se puede resolver por ejemplo tomando un valor inicial:

$$\tau_0 = 0.67(t_1 - t_m)$$

e iterando hasta que el valor converja:

$$\tau_{i+1} = \frac{y(t_1)L}{a(1 - e^{-\frac{t_1 - t_m}{\tau_i}})}$$

Una vez obtenido τ , se obtendría la ganancia K y el retardo T . Para obtenerlos, se utiliza el hecho de que la pendiente en el instante $t_m = T + \Delta t$ es $\frac{a}{L}$, mientras que el valor de la salida es $y(t_m)$:

$$y(t_m) = K\Delta u \left(1 - e^{-\frac{t_m - T}{\tau}} \right) = K\Delta u \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)$$

$$\frac{a}{L} = \frac{K\Delta u}{\tau} e^{-\frac{t_m - T}{\tau}} = \frac{K\Delta u}{\tau} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

Resolviendo esas ecuaciones se obtiene:

$$T = t_m - \tau \cdot \ln \left(\frac{y(t_m)L}{a\tau} + 1 \right)$$

$$K = \frac{a\tau}{L\Delta u} \left(\frac{y(t_m)L}{a\tau} + 1 \right)$$

Una vez obtenidos los parámetros (T , τ y k), se utilizan unas tablas o ecuaciones para calcular las constantes del PI o PID en función de dichos parámetros.

Tipo de control	Poco robusto			
	K_p	T_i	T_d	K_i

PI	$\frac{0.859}{k} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{-0.997}$	$1.484 \tau \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0.468}$	0	$\frac{0.579}{k\tau} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{-1.465}$
PID	$\frac{1.357}{k} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{-0.947}$	$1.188 \tau \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0.738}$	$0.381 \tau \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0.995}$	$\frac{1.142}{k\tau} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{-1.685}$
Tipo de control	Muy robusto			
	K_p	T_i	T_d	K_i
PI	$\frac{0.15}{k} + \left(0.35 - \frac{\tau T}{(\tau + T)^2}\right) \frac{\tau}{kT}$	$0.35T + \frac{13\tau^2 T}{\tau^2 + 12\tau T + 7T^2}$	0	$\frac{K_p}{T_i}$
PID	$\frac{1}{k} \left(0.2 + 0.45 \frac{\tau}{T}\right)$	$\frac{0.4T + 0.8\tau}{T + 0.1\tau} T$	$\frac{0.5T\tau}{0.3T + \tau}$	$\frac{K_p}{T_i}$

Al igual que en el caso anterior, las tablas originales dan dos tipos de ajuste: poco robusto y muy robusto. Se puede obtener un ajuste de robustez intermedia calculando la media de los parámetros de los dos ajustes.

La tabla incluye el valor que resultaría de la ganancia integral K_i para poder comparar cualitativamente la velocidad de las respuestas que se puede conseguir con cada PI o PID propuesto.

El método anterior no sirve para sistemas que sean de primer orden sin retardo, ya que las tablas no dan valores válidos si $T=0$. Si el sistema es de primer orden sin retardo:

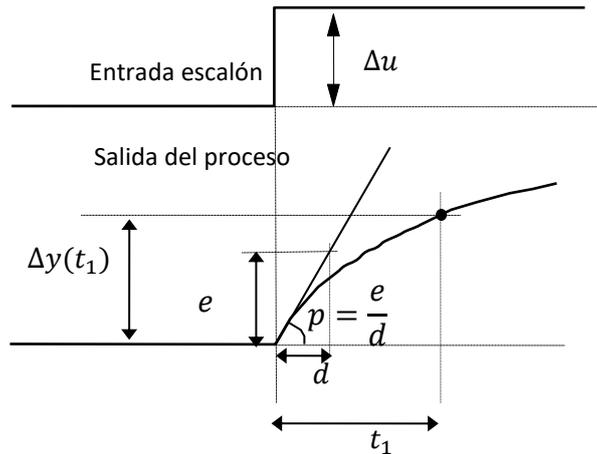
$$G(s) = \frac{k}{1 + \tau s}$$

el método experimental anterior dará un valor de T mucho menor que el de τ (incluso puede dar $T < 0$). En ese caso se puede forzar $T=0$, y con los valores de k y τ se puede aplicar otra tabla para hacer el ajuste. La tabla solo incluye controladores PI, ya que un sistema de primer orden puro puede hacerse infinitamente rápido con un PI, por lo que el PID no mejora nada, solo amplifica más el ruido.

La tabla podría quedar como:

Robustez	PI lento				PI rápido			
	K_p	T_i	T_d	K_i	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$\frac{2}{k}$	0.36τ	0	$\frac{5.6}{k\tau}$	$\frac{10}{k}$	0.13τ	0	$\frac{77}{k\tau}$
Robustez intermedia	$\frac{1.5}{k}$	0.67τ	0	$\frac{2.2}{k\tau}$	$\frac{7.5}{k}$	0.29τ	0	$\frac{26}{k\tau}$
Muy robusto	$\frac{1}{k}$	τ	0	$\frac{1}{k\tau}$	$\frac{5}{k}$	0.56τ	0	$\frac{9}{k\tau}$

En el caso de que no haya retardo y la respuesta no llegue al valor final, pero sí se pueda medir un punto intermedio, también se puede calcular un modelo de primer orden sin retardo, a partir de la pendiente inicial y del punto intermedio:



$$G(s) = \frac{k}{1 + \tau s}$$

donde los parámetros τ y k se obtendrían resolviendo unas ecuaciones algo más complicadas a partir de los valores de $p, t_1, \Delta y(t_1)$.

Si se supone que en el punto inicial empieza una exponencial, de pendiente inicial p , se tendría la ecuación:

$$y(t_1) = p \tau \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right)$$

De esta ecuación se conoce todo excepto la constante de tiempo, por lo que se puede obtener τ a partir de ella. Se puede resolver por ejemplo tomando un valor inicial:

$$\tau_0 = 0.67t_1$$

e iterando hasta que el valor converja:

$$\tau_{i+1} = \frac{y(t_1)}{p \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_i}}\right)}$$

Una vez obtenido τ , se obtendría la ganancia K :

$$K = \frac{p \tau}{\Delta u}$$

c. Método basado en obtener un modelo de orden 3 más retardo (respuesta ante escalón con valor final conocido mejorado)

Una forma de mejorar la precisión del ajuste del PID es tomar una medición adicional de la respuesta ante escalón, para aproximar un modelo más preciso. Una opción simple, que da buenos resultados para sistemas sobreamortiguados, y que no sean de fase no mínima (no tengan una oscilación inicial inversa), consiste en medir el tiempo que tarda la salida en alcanzar el 5% del valor final. Con esa medición adicional se puede aproximar parte del retardo por polos reales adicionales, mejorando el modelo, y por tanto el ajuste del PID.

El modelo aproximado sería de la forma:

$$G(s) = \frac{k}{1 + \tau s} e^{-Ts} \rightarrow G(s) = \frac{k}{(1 + \tau s) \left(1 + \frac{1 - \alpha}{2} Ts\right)^2} e^{-\alpha Ts}$$

Donde el parámetro $\alpha \in [0,1]$ se obtiene a partir de la medición del tiempo que tarda en llegar al 5% del valor final, t_5 , y es función además del retardo T , y de la constante de tiempo τ , y permite repartir el retardo inicial entre dos polos reales adicionales (de constante de tiempo $\frac{1-\alpha}{2} T$) y una parte que queda como retardo (αT). La expresión usada para estimar α es:

$$\alpha = 0.598 + 0.4799 \frac{t_5}{T} - \frac{0.41}{\left(\frac{t_5}{\tau}\right)^{0.6}}$$

Los parámetros del PID serán ahora una función de K , T , τ y α . En este caso, las ecuaciones obtenidas por el autor de este método de ajuste incluyen, además, como parámetros, la robustez requerida (en forma de margen de sensibilidad, M_s) y en el caso del PID, el valor del parámetro de filtro del derivador, N , de tal forma que el usuario puede elegir libremente la robustez y el valor de N . Las ecuaciones de ajuste para el PID quedan así:

$$K_p = \frac{1}{K} f_1 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s, N \right)$$

$$T_i = T f_2 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s, N \right)$$

$$T_d = \frac{T_i}{4}$$

Mientras que para el PI son de la forma:

$$K_p = \frac{1}{K} f_3 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s \right)$$

$$T_i = \tau f_4 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s \right)$$

Tanto en el caso del PI como del PID, las ecuaciones anteriores aproximan el controlador PID que minimiza el IAE frente a perturbación, cumpliendo la robustez requerida (el valor de M_s requerido). En el caso del PID, si se quiere reducir la amplificación del ruido, se toma un valor de N menor, que resulta también en una respuesta más lenta, por lo que la selección del valor de N permite lograr el compromiso que se quiera entre rapidez y amplificación del ruido.

En el caso del PI, si se quiere hacer un controlador más lento y que amplifique menos el ruido, habría que reducir la ganancia, K_p , pero para que se mantenga la misma robustez (mismo M_s), hay que cambiar también el tiempo integral de forma adecuada. Para ello se define un factor de desajuste, $\gamma \in [0,1]$, de tal forma que para $\gamma = 1$ se tiene el PI más rápido (y el que más amplifica el ruido), y para γ menores se tienen PI más lentos y que amplifican menos el ruido. Teniendo en cuenta este factor de desajuste, las ecuaciones de ajuste del PI serían:

$$K_p = \frac{1}{K} f_3 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s \right) \gamma$$

$$T_i = \tau f_4 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s \right) f_5 \left(\frac{T}{\tau}, \alpha, M_s, \gamma \right)$$

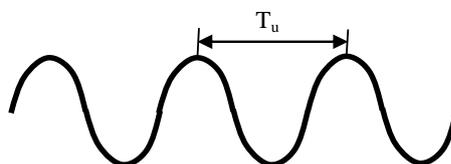
Las 5 ecuaciones, f_1, f_2, f_3, f_4 y f_5 , son expresiones muy complejas de los parámetros, por lo que no se incluye aquí del detalle de las mismas. Sin embargo, sí están implementadas en la aplicación de ajuste experimental que permite usar estos métodos de ajuste de forma sencilla.

4. Métodos basados en la respuesta de bucle cerrado

Estos métodos de ajuste experimental se basan en provocar un comportamiento oscilatorio no amortiguado en el sistema conectado en bucle cerrado (realimentando la salida). La amplitud y la frecuencia de la oscilación resultante se utilizan para calcular los parámetros del controlador PID utilizando unas fórmulas adecuadas.

a. Método de respuesta de bucle cerrado con PID.

Se trabaja con el sistema conectado en bucle cerrado. Se ajusta el PID con $T_d = 0$ y $T_i = \infty$ (es decir, un controlador únicamente proporcional, P). Se aumenta la K_p (o, lo que es lo mismo, se reduce la banda proporcional $BP = \frac{100}{K_p}$) hasta que aparece una oscilación mantenida en la salida, es decir, una oscilación que no se amortigua, y se mide el periodo de dicha oscilación T_u .



Llamando K_u al valor de K_p que produce la oscilación, se ajusta el PID según alguno de los valores indicados en las tablas siguientes, en los que se puede escoger entre control PI, PID y diferentes grados de robustez:

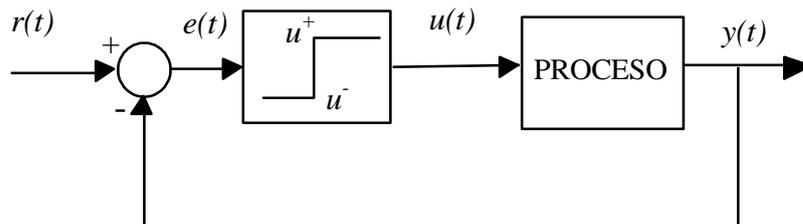
Respuesta	Tipo de control PI			Tipo de control PID			
	K_p	T_i	K_i	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.3K_u$	$0.9T_u$	$0.43 \frac{K_u}{T_u}$	$0.6K_u$	$0.6T_u$	$0.15T_u$	$\frac{K_u}{T_u}$
Robustez intermedia	$0.22K_u$	T_u	$0.22 \frac{K_u}{T_u}$	$0.45K_u$	$0.75T_u$	$0.18T_u$	$0.6 \frac{K_u}{T_u}$
Muy robusto	$0.15K_u$	$1.1T_u$	$0.136 \frac{K_u}{T_u}$	$0.3K_u$	$0.9T_u$	$0.22T_u$	$0.33 \frac{K_u}{T_u}$

El método se basa en que tanto la ganancia K_u como el periodo de oscilación, T_u son valores característicos de ese proceso concreto. La tabla incluye el valor resultante de la ganancia integral K_i , cuya inversa da una indicación del IAE que se puede conseguir (si la respuesta resultante no fuera muy oscilatoria), $IAE \approx \frac{1}{K_i}$.

b. Método de realimentación con relé

La principal desventaja del método de Z-N de bucle cerrado es el consumo de tiempo durante el ajuste del controlador. Esto se debe a que el incremento de la ganancia debe hacerse de forma gradual hasta conseguir un comportamiento oscilatorio del sistema. Otra desventaja, no menos importante, es que la magnitud de las oscilaciones no se puede controlar, de manera que pueden llegar a ser tales que dañen los elementos del sistema, o más grave aún, que provoque un accidente: eso podría ocurrir, por ejemplo, al aplicar este método para el ajuste de un controlador de la posición de un “brazo robot” o del nivel de un tanque de combustible. Estas dos desventajas quedan superadas con el método de realimentación con relé, que es el que suele utilizarse. El principio básico de este método es utilizar un relé en la realimentación, para provocar las oscilaciones sostenidas en el sistema, sustituyendo así el uso de un controlador proporcional y la búsqueda de la ganancia crítica.

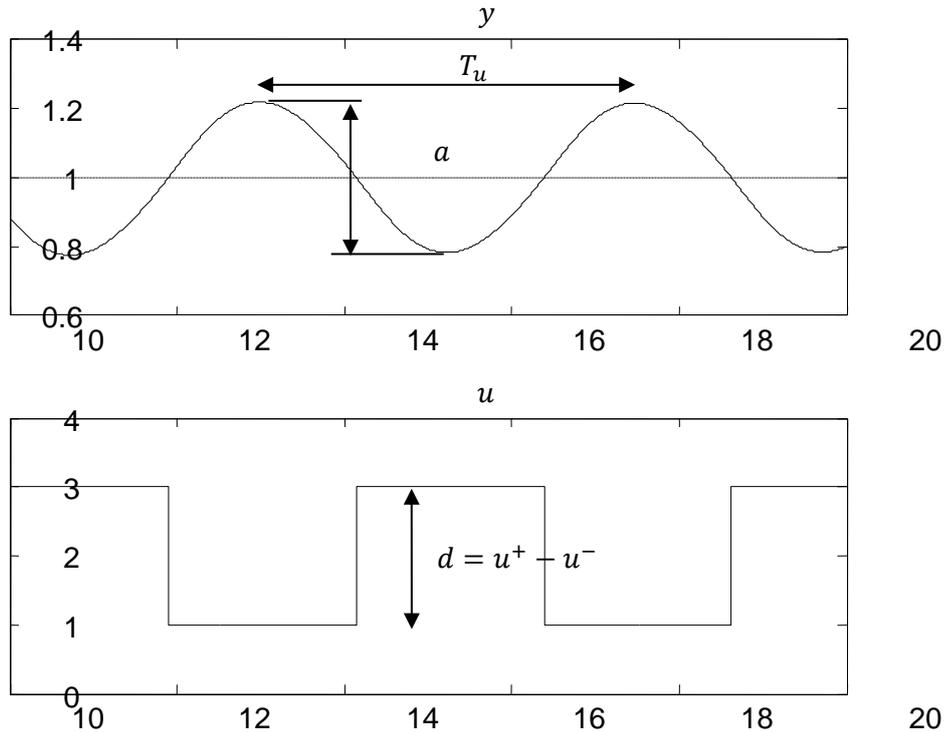
Se inserta un relé de magnitud $d = u^+ - u^-$ en el lazo de realimentación.



Inicialmente, cuando se inicia el experimento, $u = u^+$. Cuando la salida del sistema $y(t)$ supera a la referencia $r(t)$, el relé cambia a la posición opuesta: $u = u^-$, por lo que la salida empieza a frenar su subida y después a bajar. Cuando la salida baja por debajo de $r(t)$, la entrada vuelve a tomar el valor $u = u^+$, por lo que la salida empieza a frenar su bajada y después vuelve a subir. Cuando se estabiliza el comportamiento, se tiene una oscilación mantenida, en la que el desfase entre la entrada del proceso (u) y la salida (y) es de -180° , y en la que el período de las oscilaciones es el mismo que se obtiene con el método de Z-N, con la diferencia que en este caso el rango de valores de la entrada está determinado por la amplitud $d = u^+ - u^-$ del relé. Esto en definitiva permite controlar la amplitud de las oscilaciones del sistema, además de acortar el experimento, ya que las oscilaciones aparecen enseguida.

Los valores de salida del comparador (u^+ y u^-) deben ser aproximadamente simétricos respecto del valor de u que hace que la salida en régimen permanente sea igual a la referencia. Por ejemplo, si el valor aproximado de u que hace que la salida se estabilice en $y_0 = 1$ es $u_0 = 2$, los valores del comparador

podrían ser $u^+ = 3$, $u^- = 1$. Si la referencia se mantiene constante igual a 1, el comportamiento del sistema en bucle cerrado sería como muestra la figura:

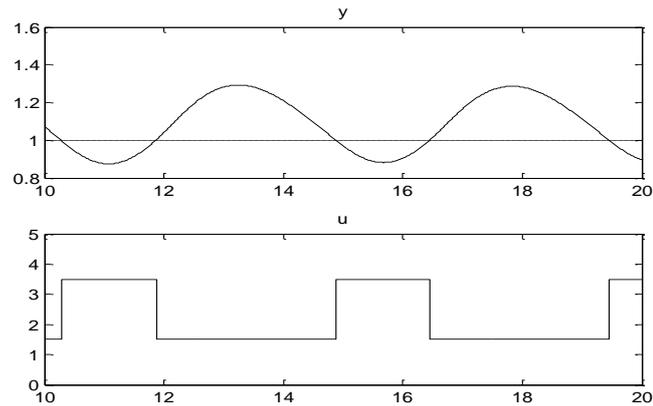


La acción de control es una onda cuadrada (debido a la conmutación del comparador), de amplitud $d = u^+ - u^-$. La salida, sin embargo, es aproximadamente senoidal debido a que los armónicos de orden superior de la onda cuadrada son filtrados por la dinámica del proceso. El valor de K_u sería el cociente entre la amplitud de la entrada (en realidad la amplitud del primer armónico senoidal de la onda cuadrada, $\frac{4d}{\pi}$) y la amplitud de la salida, a , quedando:

$$K_u = \frac{4d}{\pi a}$$

Con los valores de K_u y de T_u , se utiliza la misma tabla descrita en el apartado anterior para elegir los parámetros del controlador.

Este método podría ser aplicado de forma manual, o sea, realizando manualmente la función del relé, si el proceso es lo suficientemente lento (como un proceso térmico, por ejemplo). Si los valores del comparador no son exactamente simétricos respecto del valor que mantiene a la salida en la referencia, la entrada ya no es una señal cuadrada, sino un tren de ondas rectangulares, tal y como muestra la figura siguiente, pero las expresiones anteriores pueden seguir utilizándose de forma aproximada. No obstante, conviene que la señal de entrada sea lo más simétrica que sea posible. Para ello se puede o bien cambiar el valor de la referencia, o bien los valores de u^+ y u^- .



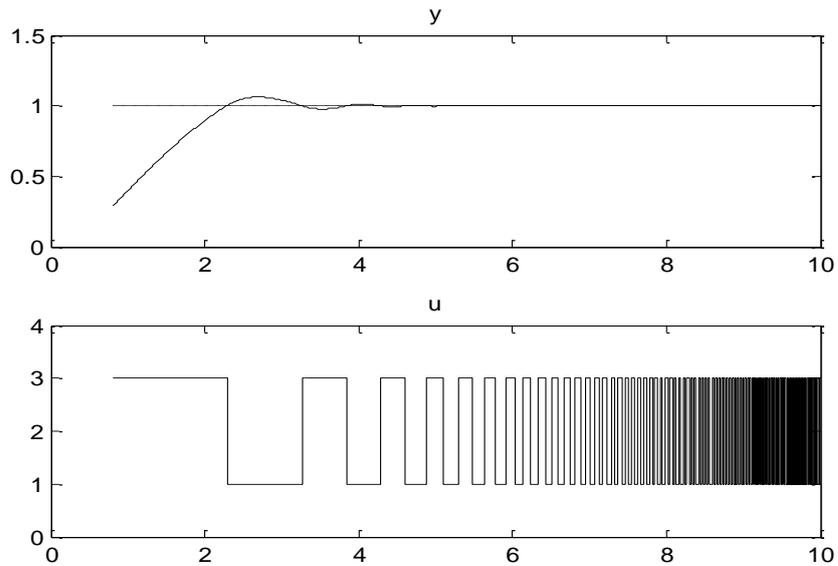
También es posible ajustar la amplitud de las oscilaciones con la amplitud d . Conviene escoger dicha amplitud lo más grande posible para que haya una buena relación señal ruido, pero lo suficientemente pequeña para evitar que la salida alcance valores peligrosos durante las oscilaciones, y también para evitar que la salida se salga del rango medible por el sensor.

Las principales ventajas de este método, además de las ya comentadas, son:

- La identificación del proceso (K_u y T_u) se realiza en bucle cerrado, provocando oscilaciones de amplitud controlada. De esta manera, no se producen grandes desviaciones del sistema respecto a las condiciones nominales de funcionamiento (punto de operación).
- Para procesos con grandes constantes de tiempo (típicos en la industria de procesos) es un método más eficiente que el método de respuesta a escalón. El tiempo del experimento es aproximadamente 2-4 veces el T_u .

El método de bucle cerrado (o de realimentación con relé) necesita para funcionar correctamente que el sistema se pueda hacer críticamente estable en bucle cerrado aumentando la ganancia. Los sistemas de orden 3 o superiores sí cumplen en general esta propiedad. Los sistemas que tienen retardo puro también cumplen la propiedad, ya que el retardo equivale a infinitos polos.

Los sistemas de primer o segundo orden puros (sin retardo), sin embargo, no cumplen la condición, por lo que no se les puede hacer críticamente estables por mucho que se aumente la ganancia. Si el modelo del proceso se ajusta bien a una respuesta de primer o segundo orden pura, el método de bucle cerrado no se puede aplicar pues el sistema no se podría hacer críticamente estable. El método del relé tampoco funcionaría, porque el comportamiento es como el mostrado en la figura (la frecuencia de conmutación tiende a hacerse infinita):



Debido a esto, el experimento se suele hacer con un relé con histéresis, que limita la frecuencia de conmutación, aunque el sistema sea de primer o de segundo orden. Con el relé con histéresis sí se llega a una oscilación mantenida, aunque el sistema sea de primer o segundo orden. El problema es que en este caso la frecuencia de oscilación y la amplitud no son valores característicos del proceso, sino que dependen sobre todo de la histéresis que se le pone de forma arbitraria, por lo que no tiene sentido aplicar las reglas de ajuste del controlador. Es decir, el método de bucle cerrado no sirve si el sistema es de primer o de segundo orden.

c. Método de bucle cerrado con ganancia conocida

El inconveniente del método de ajuste basado en la frecuencia de oscilación es que utiliza muy poca información del proceso (el periodo de oscilación T_u y la ganancia límite K_u). Dos procesos podrían tener un comportamiento muy distinto y sin embargo tener los mismos valores de K_u y T_u , por lo que el controlador ajustado sería el mismo para los dos, y el comportamiento final del sistema controlado podría ser muy diferente (uno podría ser mucho más oscilatorio de lo esperado y otro mucho menos).

Si además de los datos proporcionados por el experimento de realimentación a relé, se tiene conocimiento de la ganancia del sistema k (obtenida, por ejemplo, mediante un experimento de respuesta ante escalón), es posible mejorar el comportamiento de los PID anteriores utilizando los datos proporcionados en las siguientes tablas, que incluyen incluso una propuesta para para el factor de ponderación de la referencia (b).

Muy robusto					
Ti po de contr ol	K_p	T_i	T_d	b	K_i
PI	$0.053e^{\left(\frac{2.9}{K_u k} - \frac{2.6}{(K_u k)^2}\right) K_u}$	$0.9e^{\left(\frac{-4.4}{K_u k} + \frac{2.7}{(K_u k)^2}\right) T_u}$	0	$1.1e^{\left(\frac{-0.0061}{K_u k} + \frac{1.8}{(K_u k)^2}\right)}$	$\frac{K_p}{T_i}$
PI D	$0.33e^{\left(\frac{-0.31}{K_u k} - \frac{1}{(K_u k)^2}\right) K_u}$	$0.76e^{\left(\frac{-1.6}{K_u k} - \frac{0.36}{(K_u k)^2}\right) T_u}$	$0.17e^{\left(\frac{-0.46}{K_u k} - \frac{2.1}{(K_u k)^2}\right) T_u}$	$0.58e^{\left(\frac{-1.3}{K_u k} + \frac{3.5}{(K_u k)^2}\right)}$	$\frac{K_p}{T_i}$
Poco robusto					

Ti po de contr ol	K_p	T_i	T_d	b	K_i
PI	$0.13e^{\frac{1.9}{K_u k} - \frac{1.3}{(K_u k)^2}} K_u$	$0.9e^{\frac{-4.4}{K_u k} + \frac{2.7}{(K_u k)^2}} T_u$	0	$0.48e^{\frac{0.4}{K_u k} - \frac{0.17}{(K_u k)^2}}$	$\frac{K_p}{T_i}$
PID	$0.72e^{\frac{-1.6}{K_u k} + \frac{1.2}{(K_u k)^2}} K_u$	$0.59e^{\frac{-1.3}{K_u k} + \frac{0.38}{(K_u k)^2}} T_u$	$0.15e^{\frac{-1.4}{K_u k} + \frac{0.56}{(K_u k)^2}} T_u$	$0.25e^{\frac{0.56}{K_u k} - \frac{0.12}{(K_u k)^2}}$	$\frac{K_p}{T_i}$

Al igual que en los métodos de respuesta ante escalón, las tablas originales dan dos tipos de ajuste: poco robusto y muy robusto. Se puede obtener un ajuste de robustez intermedia calculando la media de los parámetros de los dos ajustes.

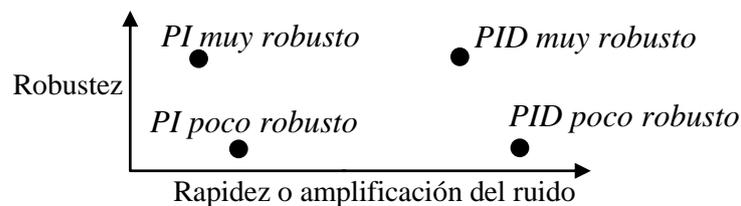
Las tablas incluyen el valor resultante de la ganancia integral K_i , como una medida aproximada del IAE alcanzable con cada método.

5. Ajustes con robustez intermedia y que tienen en cuenta el filtrado del derivador

Los métodos de ajuste experimental descritos anteriormente, en el caso de los controladores PID, están pensados para valores de N grandes, del orden de N=10 o más, por lo que no tienen en cuenta la amplificación del ruido de medida. Si se quiere buscar un compromiso entre rapidez y amplificación del ruido, las tablas originales solo permiten elegir el controlador PI (que amplifica poco el ruido) o el controlador PID (que está pensado para N grande y por tanto amplifica mucho el ruido). Si se quiere una respuesta más rápida que la del PI, pero no se quiere amplificar mucho el ruido, no basta con coger los parámetros del PID y fijar un valor de N pequeño, ya que esos parámetros no han sido definidos para N pequeña, y el comportamiento final puede ser malo. Sí se podría hacer esto siempre que no se tomen valores de N demasiado pequeños, por ejemplo, siempre que se tome $N > 3$. Para valores más pequeños de N es necesario modificar los valores de K_p , T_i y T_d respecto de los valores originales del PID. Teniendo en cuenta que el controlador PI es un PID con $N=0$, una forma de hacerlo es realizar una interpolación, que sea función de N, entre los parámetros del PI y los del PID, cuando N toma valores pequeños. Esa interpolación tiene que ser una función no lineal complicada de N.

Por otra parte, las tablas originales suelen dar únicamente dos controladores PI y dos PID, para dos robusteces distintas: uno muy robusto y otro poco robusto. Si se quiere elegir una robustez intermedia se podría hacer de nuevo interpolando los parámetros entre los controladores muy robustos y los poco robustos.

En esencia, las tablas de ajuste experimental nos ofrecen 4 controladores (4 puntos) del espacio de diseño:



La interpolación de la robustez y la interpolación utilizando valores de N pequeños permiten elegir un controlador cualquiera intermedio entre esos cuatro del espacio de diseño.

La interpolación propuesta para obtener los parámetros del PID en función de N es de la forma:

$$T_{i,PID,N} = T_{i,PID}(1 - (1 - \alpha)e^{-5N} - \alpha e^{-0.4N}) + T_{i,PI}e^{-5N}$$

Mientras que para la ganancia se propone:

$$K_{p,PID,N} = K_{p,PID}(1 - (1 + \beta)e^{-0.5N} + \beta e^{-10N}) + K_{p,PI}e^{-0.5N}$$

Donde α y β dependen del método de ajuste:

- Para el método basado en el modelo de primer orden más retardo, α y β son funciones de $\frac{T}{\tau}$, según las ecuaciones:

$$\alpha = \frac{0.2}{1 + 20e^{-10\frac{T}{\tau}}} - 0.025$$

$$\beta = 0.2 - \frac{0.14}{1 + 5e^{-5\frac{T}{\tau}}}$$

- Para el resto de métodos, en los que no se conoce el valor de $\frac{T}{\tau}$, los valores se toman constantes: $\alpha=0.07$ y $\beta=0.13$

Finalmente para el tiempo derivativo se propone mantener la relación T_i/T_d del controlador PID sin filtro.

$$T_{d,PID,N} = \frac{T_{i,PID,N}}{T_{i,PID}} T_{d,PID}$$

Si se define un parámetro de robustez, r , entre 0 y 1, la interpolación de la robustez para el controlador PI se podría formular como:

$$T_{i,PI} = r \cdot T_{i,PI,mr} + (1 - r)T_{i,PI,pr}$$

$$K_{p,PI} = r \cdot K_{p,PI,mr} + (1 - r)K_{p,PI,pr}$$

Para el PID se puede añadir esta interpolación a la de N , dando lugar a ecuaciones para el PID:

$$T_{i,PID} = (r \cdot T_{i,PID,mr} + (1 - r)T_{i,PID,pr})(1 - (1 - \alpha)e^{-5N} - \alpha e^{-0.4N}) + (r \cdot T_{i,PI,mr} + (1 - r)T_{i,PI,pr})e^{-5N}$$

$$K_{p,PID} = (r \cdot K_{p,PID,mr} + (1 - r)K_{p,PID,pr})(1 - (1 + \beta)e^{-0.5N} + \beta e^{-10N}) + (r \cdot K_{p,PI,mr} + (1 - r)K_{p,PI,pr})e^{-0.5N}$$

$$T_{d,PID} = \frac{T_{i,PID,N}}{r \cdot T_{i,PID,mr} + (1 - r)T_{i,PID,pr}} (r \cdot T_{d,PID,mr} + (1 - r)T_{d,PID,pr})$$

Para el controlador PI, se define un factor de desajuste γ para definir un controlador más lento, de forma que:

$$K_p = \gamma K_{p,PI}$$

El tiempo integral se define en función de ese factor de desajuste como:

$$T_i = T_{i,PI} \gamma \sqrt{\frac{T}{\tau}}$$

en el caso de los métodos basados en modelos de primer orden más retardo (FOTD), mientras que se define como:

$$T_i = T_{i,PI} \sqrt{\gamma}$$

en el resto de métodos.

La herramienta Java de ajuste experimental de PID permite elegir el valor de r y el de N (para el PID) o de γ (para el PI) para obtener los parámetros de controladores intermedios, que logren un compromiso adecuado entre robustez, rapidez y amplificación del ruido.

