

ALGUNOS CONCEPTOS DE FUNCIONES POLINÓMICAS

Introducción:

En aplicaciones matemáticas, muchas situaciones se modelan utilizando funciones polinómicas. Por ejemplo, el volumen de un silo de altura constante es una función polinómica de su radio.

Dentro de las funciones polinómicas existen algunas en especial que ya conoces, como lo son: la función constante ($f(x) = a$), función lineal ($f(x) = ax + b$) y función cuadrática ($f(x) = ax^2 + bx + c$).

Definición de funciones polinómicas:

Se llama función polinómica a toda función $f : R \rightarrow R$ de la forma

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ con } a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in R, \text{ y } n \in N.$$

Observaciones:

Cada uno de los sumandos de $f(x)$, se llaman términos del polinomio.

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ son los coeficientes del polinomio $f(x)$.

Si $a_n \neq 0$, es el coeficiente del término de mayor grado, llamado también coeficiente principal.

n es el grado del polinomio $f(x)$, si $a_n \neq 0$.

Grado de un polinomio:

Es el mayor $i / a_i \neq 0$.

Ejemplo 1):

El polinomio $f(x) = -3x^3 + x^2 - 5$ es de 3° grado, $g(x) = 5$ es de 0 grado y $h(x) = 3x - 6$ es de 1° grado.

- Si todos los coeficientes de un polinomio valen cero, o sea $a_i = 0 \forall i$, dicho polinomio no tiene grado; y se le denomina **polinomio nulo**.

Valor numérico de un polinomio:

Es el número que se obtiene, al efectuar las operaciones indicadas en el polinomio al sustituir la variable x .

Ejemplo 2): 6 es el valor numérico del polinomio $f(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$ para $x = -2$, puesto que:

$$f(-2) = (-2)^3 + 4(-2)^2 + 2 - 4 = 6.$$

Cero o raíz de un polinomio:

α es raíz del polinomio $f(x) \Leftrightarrow f(\alpha) = 0$

Es decir: diremos que α es raíz del polinomio $f(x)$ si se cumple que, el valor numérico de dicho polinomio es cero para $x = \alpha$.

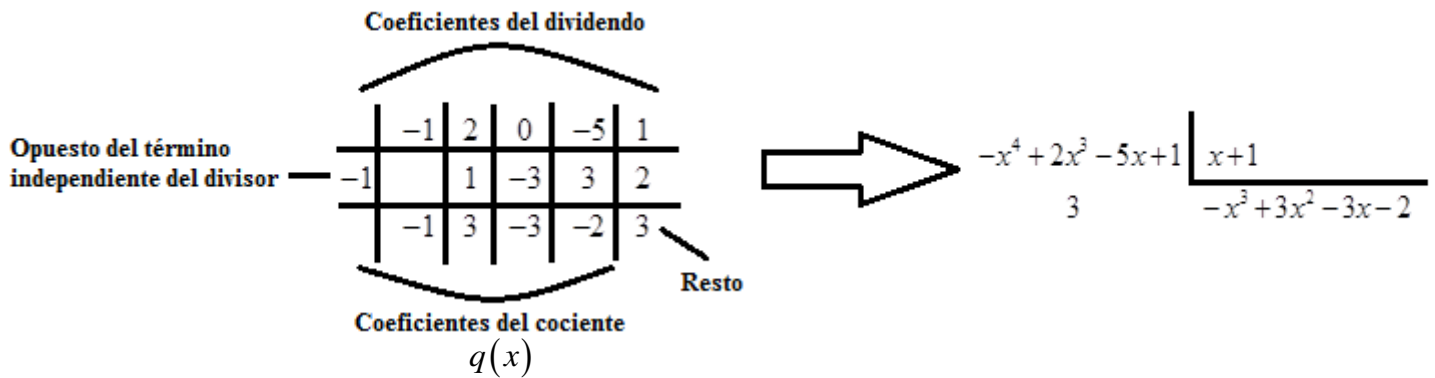
Ejercicio 1): Investiga si los valores 1, 2, $-1/2$ y -1 son raíces del polinomio $f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 10x - 7$.

Ruffini:

Es un procedimiento más sencillo para hallar el cociente y el resto de dividir un polinomio cualquiera entre otro de la forma $(x - a)$.

Ejemplo 3):

Dados los siguientes polinomios $f(x) = -x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ (dividendo) y $d(x) = x + 1$ (divisor), realizaremos $f(x) / d(x)$ utilizando el esquema de Ruffini.



Cociente: $q(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ **Resto:** $r(x) = 3$

$$\left. \begin{array}{l} gr(q(x)) = gr(f(x)) - gr(d(x)) \\ gr(d(x)) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow gr(q(x)) = gr(f(x)) - 1$$

Ejercicio 2): Hallar cociente y resto de dividir $f(x) = x^4 - 6x^3 + x^2 - 4x + 50$ entre $d(x) = x - 3$ utilizando el esquema de Ruffini.