DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Trabajaremos con otro ejemplo para introducir un tipo de variable aleatoria, la distribución binomial.

Ejemplo:

Supongamos una urna con 4 bolillas blancas y 5 bolillas negras.

¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolilla blanca? $\frac{4}{4+5}=\frac{4}{9}$

¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolilla negra? $\frac{5}{4+5}=\frac{5}{9}$

Se realizan 7 pruebas, devolviendo cada vez la bolilla a la urna para que todas las pruebas estén en las mismas condiciones.

Se desea hallar la probabilidad de que en el curso de tales pruebas salgan 3 bolillas blancas y 4 bolillas negras, independientemente del orden en que salgan.

Como en cada extracción la P(blanca) = $\frac{4}{9}$ y la P(negra) = $\frac{5}{9}$, se trata de sucesos independientes, y además no importa el orden en que salen las bolillas blancas, resulta que la probabilidad buscada es:

P (3 blancas) = $C_3^7 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^3 . \left(\frac{5}{9}\right)^4 \cong$ 0,292705221, donde C_3^7 son todas las ordenaciones posibles en las que salen 3 bolillas blancas y 4 negras entre las 7 extracciones.

Características a tener en cuenta para observar que se trata de una distribución Binomial:

- Los resultados posibles deben ser éxito o fracaso.
- La probabilidad de éxito debe ser constante en cada experimento.
- El experimento lo realizo en idénticas condiciones n veces. Es decir, los n ensayos son independientes entre sí.

Definición:

Sea X una variable aleatoria que representa el número de éxitos en ***n*** ensayos y ***p*** la probabilidad de éxito en cualquiera de éstos ensayos. Se dice entonces que X tiene una distribución binomial con función de probabilidad: $P(X=x)=C_x^n\, p^x.(1-p)^{n-x}$ siendo x la cantidad de veces que se produce el éxito.

Para cada ejercicio se tiene un ***n*** y un ***p*** determinado. Como estos son los que determinan una distribución binomial su notación será: ***B(n, p).***

Puesto que las distribuciones de probabilidad son idealizaciones de las distribuciones estadísticas, también podremos hallar en las distribuciones de probabilidad la media, la varianza y el desvío.

En el caso particular de las distribuciones binomiales, ***B(n, p)***, tenemos que los parámetros de ésta distribución son:

Media: $\mu = n.p$

Varianza: $\sigma^2 = n.p.(1-p)$

Desvío: $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)}$

Ejercicio:

En una urna hay 10 tarjetas de igual forma y tamaño, 3 de ellas son amarillas y 7 son azules.

Considera el experimento aleatorio: extraer cuatro veces una tarjeta de la urna al azar con reposición y observar si sale amarilla o azul.

Considera $X : \Omega \to R$, de forma que X = "número de tarjetas amarillas extraídas".

a- Indicar la probabilidad de éxito y la de fracaso.
b- Indicar el recorrido de la variable aleatoria.
c- Hallar la probabilidad de cada uno de los elementos del recorrido de la variable aleatoria.
d- Hallar la media, varianza y desvío de la distribución.